



# Ondes internes générées sur une dorsale océanique : du laboratoire à l'océan

Yvan Dossmann

## ► To cite this version:

Yvan Dossmann. Ondes internes générées sur une dorsale océanique : du laboratoire à l'océan. Océan, Atmosphère. Université Paul Sabatier - Toulouse III, 2012. Français. NNT : . tel-00758207

**HAL Id: tel-00758207**

**<https://theses.hal.science/tel-00758207>**

Submitted on 28 Nov 2012

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



# THÈSE

En vue de l'obtention du

## DOCTORAT DE L'UNIVERSITÉ DE TOULOUSE

**Délivré par** *Université Toulouse III Paul Sabatier*  
**Discipline ou spécialité :** *Océanographie physique*

---

**Présentée et soutenue par**  
**Yvan Dossmann**

Le jeudi 27 septembre 2012

**Titre :**

Ondes internes générées sur une dorsale océanique : du laboratoire à l'océan

---

### JURY

Sylvain Coquillat (Président, LA)  
Thierry Dauxois (rapporteur, ENS Lyon)  
Louis Prieur (rapporteur, Observatoire de Villefranche sur Mer)  
Jean-Marc Chomaz (examinateur, LADHYX)  
Pascale Delécluse (examinatrice, CNRM-GAME)  
Louis Gostiaux (examinateur, LEGI)  
Laurent Lacaze (examinateur, IMFT)  
Yves Morel (examinateur, LEGOS)

---

**Ecole doctorale :** ED SDU2E

**Unités de recherche :** CNRM-GAME/GMEI/SPEA et Laboratoire d'Aérodynamique

**Directeurs de Thèse :** Alexandre Paci et Francis Auclair



---

*Homme libre, toujours tu chériras la mer !*  
Charles Baudelaire





# Remerciements

Tout d'abord, j'adresse mes sincères remerciements à mes deux directeurs de thèse, Alexandre Paci et Francis Auclair, pour m'avoir co-encadré durant ces trois années, auxquelles je peux ajouter 3 mois de stage de M2. Il n'est pas simple de travailler dans deux laboratoires, mais la tâche a été grandement facilitée par votre soutien scientifique, logistique, et humain. Merci de m'avoir fourni les outils pour évoluer à l'interface des communautés numériques et expérimentales, ce qui a fait de cette thèse une expérience très riche. D'autre part, vous m'avez transmis votre passion pour les ondes internes à travers vos qualités pédagogiques, tout en me laissant une grande liberté d'exploration.

Je remercie mes deux rapporteurs, Thierry Dauxois et Louis Prieur, pour l'attention qu'ils ont portée à ce manuscrit. Leurs remarques m'ont été très utiles lors de la préparation de la soutenance.

Merci à Sylvain Coquillat d'avoir présidé mon jury de thèse, et à l'ensemble des membres du jury, dont les questions pertinentes lors de ma soutenance ont ouvert de nouvelles perspectives.

Jean-Christophe, Anne, Fred, Hervé, Vivian, Bernard, Jeanne, je vous remercie pour votre motivation, votre professionnalisme et vos qualités humaines qui ont rendu très agréable le travail en équipe à la veine. Merci aux équipes STAR et CTI pour les indispensables supports logistiques et informatiques au CNRM.

Un merci particulier à Cyril pour sa disponibilité et son aide lors de l'installation et l'utilisation de Symphonie. Merci à l'ensemble de l'équipe POC pour les coups de main et les échanges que nous avons pu avoir, et au service informatique pour leur support.

Cette thèse m'a donnée l'opportunité d'enseigner au sein de l'UPS et à l'IUT Mesures physiques. Merci aux équipes pédagogiques et aux étudiants d'avoir rendu cette expérience si enrichissante.

J'ai eu la chance de rencontrer des doctorants issus de tous bords durant ces 3 ans, auxquels j'adresse un grand merci pour les moments de rigolade et les belles expériences partagées : Alan, Florian, Simon, Chandu, Vincent, Marie, Camille, Pierre, Héloïse, Romain, Thierno, Flore et tous les autres...

La vie à Toulouse n'aurait pas été pareille sans les personnes que j'y ai rencontrées : Steffy, Nik, Sandra, Pierre, Véro, Alban, Dona, Rhéa, Clément, Maureen, les pongistes de la Patte d'Oie, les rockeurs de MF, et tant d'autres.

Pour finir, je remercie mes parents pour leur soutien et leur présence, ainsi que Johanne, Jordane, et l'ensemble de ma famille.

*A mes parents*

# Table des matières

Remerciements . . . . .	v
Table des matières . . . . .	vii
<b>Introduction</b>	<b>1</b>
1 Expériences de Sandström . . . . .	1
2 Le maintien de la circulation méridienne de renversement . . . . .	2
3 Le mélange turbulent dans l’océan . . . . .	3
3.1 Paramétrisation de l’advection turbulente . . . . .	3
3.2 Un équilibre entre upwelling et mélange . . . . .	5
4 Bilans énergétiques dans la circulation méridienne de renversement . . . . .	5
4.1 Un exemple de redistribution d’énergie potentielle par le mélange . . . . .	6
4.2 Hypothèses . . . . .	6
4.3 Redistribution d’énergie dans l’océan . . . . .	7
5 Limites de l’approximation L-Boussinesq . . . . .	14
5.1 Effet de la non-linéarité de l’équation d’état . . . . .	14
5.2 Flux volumiques dans le cadre des équations Navier-Stokes compressibles . . . . .	15
5.3 Apport des flux de flottabilité dans l’équilibre énergétique de l’océan . . . . .	19
6 Les ondes internes : une source de mélange océanique . . . . .	21
6.1 Interaction entre la marée externe et la topographie . . . . .	22
6.2 La marée interne dans l’océan . . . . .	23
6.3 Fermeture du budget énergétique de l’océan . . . . .	24
7 Mon approche de l’étude des ondes internes . . . . .	26
7.1 Une étude multi-outils des ondes internes à l’échelle du laboratoire . . . . .	26
7.2 Plan du manuscrit . . . . .	27
<b>1 Outils théoriques pour l’étude des ondes internes de gravité</b>	<b>29</b>
1 Modèle 0 : Mouvement vertical d’une particule fluide dans un fluide stratifié . . . . .	29
1.1 Hypothèses et équation du mouvement pour une particule fluide . . . . .	29
1.2 Une pulsation propre d’oscillation variant avec la profondeur . . . . .	30
2 Modèle 1 : Equations primitives sous l’approximation de Boussinesq . . . . .	32
2.1 Approximation de Boussinesq . . . . .	32
2.2 Hypothèses supplémentaires . . . . .	34
2.3 Relation de dispersion et de polarisation . . . . .	34

2.4	Propriétés physiques des ondes internes . . . . .	35
3	Modèle 2 : Approches modes normaux . . . . .	36
3.1	Hypothèses . . . . .	36
3.2	Dérivation des modes normaux . . . . .	37
3.3	Propriétés physiques des modes normaux . . . . .	37
4	Modèle 3 : Ondes internes dans la pycnocline . . . . .	39
4.1	Régime linéaire . . . . .	39
4.2	Ondes internes solitaires . . . . .	40
4.3	Deux types de génération . . . . .	45
5	Conclusion . . . . .	46
<b>2</b>	<b>Simulation numérique et étude expérimentale des ondes internes de gravité</b>	<b>49</b>
1	Synergie entre simulations numériques et expériences de laboratoire .	49
2	Le modèle numérique Symphonie-NH . . . . .	50
2.1	Hypothèses et spécificités du modèle . . . . .	50
2.2	Discretisation spatiale et temporelle . . . . .	51
2.3	Configuration d'étude . . . . .	53
3	Les expériences de laboratoire . . . . .	55
3.1	Les installations du laboratoire de mécanique des fluides géo-physiques du CNRM-GAME . . . . .	55
3.2	Stratification du fluide . . . . .	56
3.3	Forçage des ondes . . . . .	57
3.4	Mesures de la position de l'interface . . . . .	60
4	Conclusion . . . . .	65
<b>3</b>	<b>Energie mécanique rayonnée dans un fluide linéairement stratifié</b>	<b>67</b>
1	Introduction . . . . .	68
2	Experimental protocol . . . . .	70
3	Measurements validations . . . . .	73
4	Combined WPCA Analyses of the experimental fields . . . . .	75
5	Mechanical energy . . . . .	77
6	Conclusion . . . . .	81
7	Appendix . . . . .	82
8	References . . . . .	82
<b>4</b>	<b>Génération primaire d'ondes internes solitaires dans la pycnocline</b>	<b>85</b>
1	Article : "Topographically induced internal solitary waves in a pycnocline : primary generation and topographic control" . . . . .	85
1.1	Introduction . . . . .	86
1.2	Numerical and physical configuration . . . . .	88
1.3	Nonlinearity/dispersion balance . . . . .	91
1.4	Numerical model versus KdV scheme . . . . .	95
1.5	Topographic control . . . . .	98
1.6	Conclusion . . . . .	105
2	Etude expérimentale et cas fortement non-linéaires . . . . .	106

2.1	Mesures par sondes acoustiques : observation des différents ré-	
	gimes d'ondes. . . . .	107
2.2	Mesures optiques : Mise en évidence des effets transverses . .	111
3	Conclusion . . . . .	113
<b>5</b>	<b>Génération secondaire d'ondes internes solitaires dans la pycnocline</b>	<b>115</b>
1	Article : "Topographically induced internal solitary waves in a pycno-	
	cline : secondary generation and spatial selection criteria" . . . . .	116
1.1	Introduction . . . . .	116
1.2	Numerical and physical configuration . . . . .	119
1.3	Linear IWR/interface interaction . . . . .	121
1.4	Secondary generation of internal solitary waves . . . . .	122
1.5	Spatial criteria for ISW2 generation . . . . .	127
1.6	Article conclusion . . . . .	134
2	Etude expérimentale de configurations de génération secondaire . . .	136
2.1	Structure longitudinale des ondes observées . . . . .	136
2.2	Structure longitudinale et latérale des ondes observées . . . .	139
3	Conclusion . . . . .	141
	<b>Conclusion</b>	<b>145</b>
	<b>Bibliographie</b>	<b>149</b>



# Introduction

Le système thermodynamique océan-atmosphère est l'acteur principal de la machine climatique. La compréhension des échanges d'énergie complexes impliqués dans son évolution est fondamentale pour mieux comprendre l'évolution du climat. Le rayonnement solaire est la principale source énergétique de ce système. Il fournit une quantité d'énergie à la surface de la Terre égale à  $344 \text{ W/m}^2$  [Gill, 1982], dont une partie importante est redistribuée dans l'atmosphère et dans l'océan. Cette injection d'énergie provoque des mouvements sur une large gamme d'échelles temporelles et spatiales dans ces deux fluides en interaction constante. Ceux-ci partagent de plus l'importante propriété d'être stratifiés, par l'intermédiaire de la température dans l'atmosphère, et par le couple température/salinité dans l'océan. Cependant la source de chaleur de l'atmosphère est située à sa base, tandis que celle de l'océan se trouve à la surface. Cette propriété a des conséquences importantes sur la distribution en énergie dans le fluide, comme l'illustrent les expériences réalisées par Sandstrom [1908] au début du siècle dernier.

## 1 Expériences de Sandström

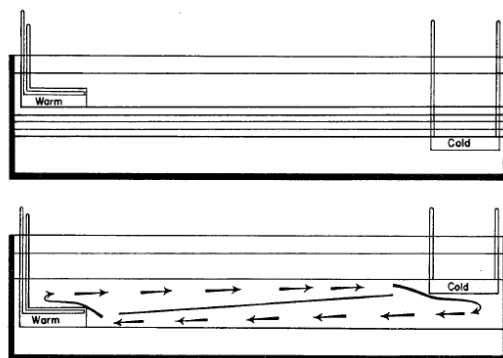


FIGURE 1 – Schémas des deux expériences réalisées par Sandström. Dans l'expérience du haut, la source chaude est située proche de la surface, et la source froide au fond. Le fluide est quasi immobile, avec une faible circulation induite par les gradients thermiques. Dans l'expérience du bas, les sources sont inversées, et une circulation intense est induite par les mouvements de convection. D'après Defant [1961].

Dans une première expérience, un fluide initialement au repos est alimenté par



une source chaude proche de la surface à une extrémité de la cuve, et par une source froide au fond et à l'autre extrémité de la cuve. Au cours de l'expérience, on observe que le fluide reste quasi-immobile, avec une couche chaude proche de la surface et une couche froide au fond.

En inversant la position des sources, on observe la mise en place d'une circulation. Le fluide refroidi en surface subit un mouvement de convection vers le fond, où le gradient de température horizontal entraîne un déplacement vers la source chaude. Celle-ci provoque un mouvement de convection, cette fois vers le haut. Le gradient de température horizontal à la surface permet de boucler la circulation.

Ainsi, la position relative des sources chaudes et froides et la circulation sont intrinsèquement liés : la répartition des eaux de différentes densités contrôle la mise en place de la circulation, qui à son tour, modifie le profil de densité du fluide.

L'auteur en avait tiré la conclusion qu'une circulation de renversement ne pouvait exister qu'à la condition que le centre de masse des eaux chaudes était situé en dessous du centre de masse des eaux froides. Cette conclusion expérimentale a souvent été citée sous le nom de théorème, ou principe de Sandström, dans le milieu de l'océanographie, conduisant à des généralisations trop importantes du résultat des expériences de Sandström. Néanmoins, ces expériences ont permis de soulever des questions majeures à propos de la circulation des fluides géophysiques, et en particulier dans l'océan.

Dans l'atmosphère, le rayonnement solaire pénètre toute la colonne et la source chaude est le rayonnement infrarouge émis à la surface de la Terre, la source froide se trouve au sommet de l'atmosphère. Dans cette configuration, la circulation générale de l'atmosphère est initiée par la convection.

Dans l'océan, le rayonnement infrarouge est également la source chaude principale. Mais, à l'inverse de l'atmosphère, cette source se situe au sommet de l'océan car le rayonnement solaire ne le pénètre que sur une épaisseur finie. D'après la conclusion de Sandström, on s'attend alors à une circulation induite très faible et une stratification quasi-nulle ce qui est contraire aux observations océaniques.

## 2 Le maintien de la circulation méridienne de renversement

Depuis l'expédition du Challenger, première campagne océanographique démarrée fin 1872, il est connu que les océans ne sont pas seulement en mouvement à la surface, d'une part, et que leur stratification s'étend sur toute la profondeur de l'océan, d'autre part.

En particulier, la circulation méridienne de renversement (MOC<sup>1</sup> dans la suite du manuscrit) qui a lieu à l'échelle du globe, et dont le temps de bouclage typique est de quelques milliers d'années, est associée à des transferts énergétiques de l'ordre de 2000 TW [Thorpe, 2005] entre l'Equateur et les pôles.

Aux pôles, les transferts thermiques positifs de l'océan vers l'atmosphère engendrent des eaux très froides, qui plongent vers le fond de l'océan. Mais les centres

---

1. abréviation de Meridional Overturning Circulation, ce terme est préféré à celui de circulation thermohaline, qui sous-entend une circulation contrôlée principalement par les flux halins et thermiques.

de masse des eaux lourdes formées aux pôles, et des eaux plus légères aux latitudes tempérées, sont sensiblement à la même profondeur [Huang, 1998]. On peut s’attendre d’après les expériences de Sandström à ce que la plongée des eaux froides aux pôles conduise à un océan constitué d’une couche profonde dense, homogène, et quasi immobile, surmontée par une fine couche d’eau plus légère, chauffée en surface, comme schématisé dans la figure 2a. Or, dans les couches profondes équatoriales, une remontée des eaux profondes a bien lieu, bouclant la circulation méridienne de renversement, représentée dans la figure 2b. Quel est alors le moteur de la remontée des eaux équatoriales ? Différents débats sur l’origine, puis sur les mécanismes de ce maintien ont été soulevés et sont encore ouverts, soulignant la difficulté de trouver un modèle de description générique.<sup>2</sup>

## 3 Le mélange turbulent dans l’océan

Le maintien de la MOC est soumis à des mécanismes subtils à petite échelle, impliquant des transferts énergétiques bien plus petits que l’énergie transportée, qui ont été étudiés en détail au long du vingtième siècle. Rappelons que les écoulements océaniques sont fondamentalement turbulents [Thorpe, 2005]. Le caractère turbulent de l’océan implique une dynamique variant sur de très larges gammes spatiales (du millimètre au millier de kilomètres) et temporelles (de la seconde au millier d’années). Des cascades énergétiques directes et inverses assurent une interaction constante entre ces processus dynamiques à différentes échelles. Il est très difficile, avec des outils théoriques ou numériques, de représenter fidèlement des processus physiques variant sur des spectres spatiaux et temporels si larges. Ainsi, pour modéliser la dynamique complexe de l’océan, il est souvent nécessaire d’utiliser des paramétrisations des processus turbulents.

### 3.1 Paramétrisation de l’advection turbulente

Une paramétrisation classique de l’advection turbulente de la masse volumique par la vitesse verticale est donnée par l’équation 1 :

$$\overline{w'\rho'} = -K(z)\frac{\partial\rho}{\partial z}, \quad (1)$$

avec  $w', \rho'$ , les composantes turbulentes de la vitesse verticale  $w$  et de la masse volumique  $\rho$ , respectivement. La barre supérieure représente une moyenne statistique sur l’écoulement, telle que  $f = \overline{f} + f'$ , pour une grandeur scalaire ou vectorielle  $f$ .  $z$  est la coordonnée verticale dirigée vers le haut. En dérivant les deux membres de l’équation (1) par rapport à  $z$ , on constate que, dans cette paramétrisation, l’advection turbulente de  $\rho'$  est modélisée par une diffusion turbulente  $K(z)$ , dépendant *a priori* de la profondeur.

Pour mieux comprendre l’origine de cette paramétrisation, il est utile d’introduire ici la notion de mélange turbulent, dont je décris le mécanisme. Lors d’un épisode

---

2. M. Stern, porche de Walsh Cottage, Woods Hole, pendant une école d’été : *"It's easy to see how convection gets water down in to the interior of the ocean. The challenge is figuring out where and how that water gets back to the surface."*

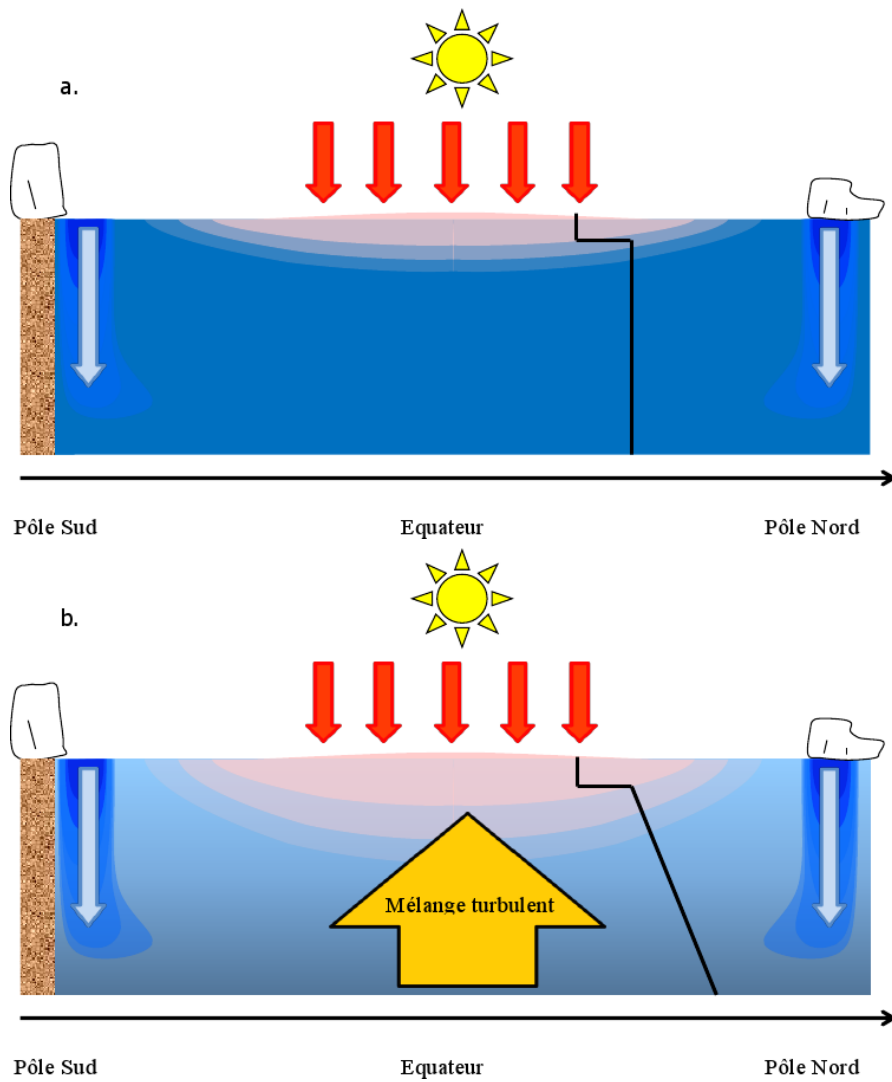


FIGURE 2 – a. Coupe verticale schématisée de la Circulation méridienne de renversement, dans un cas sans mélange. L'absence de mélange diapycnal ne permet pas la remontée des eaux profondes aux latitudes tempérées, engendrant un océan abyssal très peu stratifié, surmonté d'une fine couche d'eau plus légère en surface, réchauffée par le rayonnement solaire. b. Même coupe verticale, cette fois-ci en considérant un mélange efficace au sein du fluide. Les transferts thermiques vers l'océan profond sont assez efficaces pour stratifier l'océan profond, et autoriser une circulation générale. Tiré du cours d'introduction à la géophysique de enveloppes externes de S. Coquillat et F. Auclair.

## 4. BILANS ÉNERGÉTIQUES DANS LA CIRCULATION MÉRIDIENNE DE RENVERSEMENT

---

turbulent, les couches fluides de densité différentes sont déplacées de manière adiabatique et réversible. Les forts cisaillements et phénomènes de convergence locaux, associés à la turbulence génèrent des gradients de densité importants. Ces gradients favorisent alors les transferts diffusifs dans l’océan stratifié. Cette deuxième partie du mélange est donc diabatique, et irréversible<sup>3</sup>. Si les transferts diffusifs assurent, *in fine*, les échanges thermiques et halins entre les couches, ces transferts moléculaires sont catalysés de manière très efficace par les processus advectifs aux échelles de la turbulence. La paramétrisation par l’équation (1) de l’advection turbulente par un coefficient de diffusion est donc bien cohérente.

### 3.2 Un équilibre entre upwelling et mélange

En 1966, *Munk* [1966] a relancé l’intérêt pour l’origine du maintien de la circulation océanique, en proposant une approche unidimensionnelle reposant sur une équation d’équilibre advectif/diffusif, sur tout l’océan abyssal, pour expliquer la remontée des eaux profondes. Cet upwelling constant serait contrôlé par le mélange turbulent, acteur principal du maintien de la stratification de l’océan, via un coefficient de diffusion turbulente homogène.

L’équilibre est présenté dans l’équation (2) où l’équation (1) est utilisée :

$$w \frac{\partial \rho}{\partial z} = K \frac{\partial^2 \rho}{\partial z^2}, \quad (2)$$

où  $w$  et  $\rho$  sont la vitesse verticale et la masse volumique, respectivement. Le mélange turbulent, décrit par le terme de diffusif de l’équation (2) fournit l’énergie nécessaire pour un upwelling de vitesse moyenne  $w$ .

Cette approche repose sur l’hypothèse d’un upwelling spatialement uniforme sur l’océan profond, et a le mérite de fournir des premières estimations cohérentes de la vitesse verticale moyenne  $w \approx 0.7 \times 10^{-7}$  m/s et du coefficient de diffusion turbulent  $K \approx 10^{-4}$  m<sup>2</sup>/s, calculés à partir de profils de densité et des mesures de radiocarbone dans l’océan Pacifique central. La valeur de  $w$  correspond au taux effectif de formation d’eaux profondes, qui vaut environ 25 Sv. La valeur de  $K$  nécessaire pour assurer cet upwelling est supérieure de plusieurs ordres de grandeur aux coefficients de diffusion moléculaires  $K_T$  et  $K_S$ , respectivement pour la température et la salinité. Ainsi, cette description met en évidence le rôle fondamental joué par le mélange turbulent dans le maintien de la MOC : à elle seule, la diffusion moléculaire est insuffisante pour maintenir la stratification de l’océan profond.

## 4 Bilans énergétiques dans la circulation méridienne de renversement

Un objectif implicite du travail de Munk est d’améliorer la compréhension des transferts énergétiques associés au maintien de la MOC. En particulier, un tel bilan permet de dégager clairement comment le mélange turbulent intervient dans la redistribution énergétique de l’océan.

---

3. les termes anglais *stirring* et *mixing* permettent la distinction entre les processus de mélange réversibles et irréversibles, respectivement

#### 4.1 Un exemple de redistribution d'énergie potentielle par le mélange

Considérons une cuve remplie initialement de 2 fluides immobiles, de hauteur  $h_1$  et  $h_2$  et densités  $\rho_1$  et  $\rho_2$  différentes, avec  $\rho_1 < \rho_2$ .

L'énergie potentielle de pesanteur initiale de ce fluide est  $GPE_i = \int_{-h_2}^{h_1} \rho g z dz = \rho_1 g h_1^2 / 2 - \rho_2 g h_2^2 / 2$ .

Après un épisode de mélange complet, le fluide est homogène à la densité  $\rho = \rho_1 h_1 / (h_1 + h_2) + \rho_2 h_2 / (h_1 + h_2)$ , et l'énergie potentielle vaut  $GPE_f = \rho g (h_1 + h_2) (h_1 - h_2) / 2$ , soit une différence d'énergie  $\Delta GPE = GPE_f - GPE_i = h_1 h_2 (\rho_2 - \rho_1)$ . Ainsi, cet exemple permet de mettre en évidence la redistribution d'énergie potentielle due à un mélange du fluide stratifié. La position du centre de masse du fluide se trouve modifiée par l'épisode de mélange

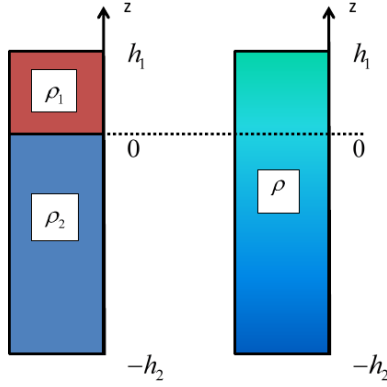


FIGURE 3 – *profil de densité du fluide avant (à gauche) et après (à droite) l'épisode de mélange complet*

#### 4.2 Hypothèses

Les hypothèses et équations descriptives de l'écoulement, seront introduites en détail dans le chapitre 1. Il est néanmoins nécessaire d'en préciser certaines, car du choix de ces hypothèses dépend l'expression des transferts entre les différents compartiments du bilan d'énergie.

##### Approximation de Boussinesq

Nous nous plaçons dans le cadre de l'approximation de Boussinesq, pour laquelle les variations spatiales et temporelles de masse volumique sont supposées faibles devant la masse volumique.

Cette approximation implique plusieurs conséquences :

- $\text{div}(\vec{v}) \approx 0$ , où  $\vec{v}$  est le champ de vitesse de l'écoulement.
- la masse volumique  $\rho(T, S, P)$ , (où  $T, S$  et  $P$  sont la température, la salinité et la pression du fluide, respectivement) dépend faiblement de la pression. Dans la suite on considèrera uniquement  $\rho(T, S)$ .

### Une équation d'état linéaire

Une équation d'état linéaire en température et salinité est utilisée pour décrire la masse volumique du fluide :

$$\rho(T, S) = \rho_0 - \alpha(T - T_0) + \beta(S - S_0), \quad (3)$$

où  $\rho_0$  est la masse volumique de référence,  $T - T_0$  (respectivement  $S - S_0$ ) est l'anomalie de température (salinité) par rapport à la température de référence  $T_0$  (respectivement la salinité  $S_0$ ),  $\alpha$  et  $\beta$  sont les coefficients de dilatation thermique et contraction haline, respectivement.

Dans la suite, le terme d'**approximation L-Boussinesq**, inspiré par l'article de *Tailleux* [2009] est utilisé pour faire référence à ces deux approximations.

### 4.3 Redistribution d'énergie dans l'océan

#### Des compartiments énergétiques en interaction

Comme tout système thermodynamique, le système océan  $S_{ocean}$  contient de l'énergie sous trois formes :

- l'énergie cinétique  $KE$ , associée au déplacement macroscopique du fluide (Ordre de grandeur de l'énergie contenue :  $10^{19}$  J, *Ferrari and Wunsch* [2010]).
- l'énergie potentielle de pesanteur  $GPE$ , associée à la répartition verticale macroscopique des masses fluides ( $10^{25}$  J, *Ferrari and Wunsch* [2010]).
- l'énergie interne microscopique  $IE$ , elle-même divisée en deux sous compartiments : énergie cinétique microscopique et énergie potentielle microscopique ( $10^{27}$  J, *Ferrari and Wunsch* [2010]).

Des échanges ont lieu en continu entre ces trois compartiments énergétiques, permettant le maintien de la MOC dans un océan stratifié. Cette approche énergétique du système océan permet de décrire le chemin emprunté par l'énergie fournie au système, depuis les échelles du forçage, jusqu'aux échelles de la dissipation. Une des formes prises par cette redistribution énergétique entre les différents compartiments est le mélange turbulent, qui modifie la distribution de masse volumique au sein du fluide.

#### Variations instantanées des termes énergétiques

Un des enjeux de l'étude du mélange turbulent dans l'océan est de dégager les transferts énergétiques, depuis les échelles du forçage jusqu'aux échelles diffusives, conduisant à une redistribution de l'énergie potentielle.

Considérons l'énergie potentielle et l'énergie cinétique, définies dans le cadre des approximations précédentes, intégrées sur le volume fixe  $V$  du système  $S_{ocean}$ , délimité par une surface  $S$ , dont une fraction  $A$  est l'aire de la surface libre. Les notations utilisées dans la suite sont issues de *Winters et al.* [1995].

$$KE = \iiint_V \frac{1}{2} \rho_0 \|\vec{v}\|^2 dV \quad (4)$$

$$GPE = \iiint_V gz \rho dV, \quad (5)$$

où  $g = 9.81 \text{ m}^2/\text{s}$  est l'accélération de la gravité, considérée constante dans la suite du manuscrit,  $\rho_0 = 1000 \text{ kg/m}^3$  est la masse volumique de référence et  $\vec{v}$  est la vitesse du fluide.

A partir des équations primitives sous l'approximation L-Boussinesq, *Winters et al.* [1995] obtient les équations des variations instantanées de l'énergie cinétique et l'énergie potentielle, dont nous donnons l'expression pour un fluide newtonien :

$$\frac{dKE}{dt} = F_{s,KE} - \phi_z - \epsilon \quad (6)$$

$$\frac{dGPE}{dt} = F_{s,GPE} + F_{s,IE \rightarrow GPE} + \phi_i + \phi_z, \quad (7)$$

Deux types de contributions sont à distinguer dans les évolutions temporelles dont nous récapitulons l'origine physique.

1. Les termes **surfaiques** correspondent aux différents **forçages** aux frontières de l'océan :

$$F_{s,KE} = - \iint_S \left( P\vec{v} + \frac{1}{2} \rho_0 \|\vec{v}\|^2 \vec{v} - \frac{1}{2} \nu \vec{\nabla}(\|\vec{v}\|^2) \right) \cdot \vec{n} dS \quad (8)$$

$$F_{s,GPE} = - \iint_S gz \rho \vec{v} \cdot \vec{n} dS \quad (9)$$

$$F_{s,IE \rightarrow GPE} = \iint_S Kgz \vec{\nabla}(\rho) \cdot \vec{n} dS \quad (10)$$

- $F_{s,KE}$  (eq. 8) décrit l'injection d'énergie cinétique en surface par les flux de pression, les flux advectifs (fleuves et rivières) et moléculaires (tension de vent).
- $F_{s,GPE}$  (eq. 9) : injection d'énergie potentielle par les flux advectifs (fleuves et rivières).
- $F_{s,IE \rightarrow GPE}$  (eq. 10) représente les flux moléculaires d'énergie potentielle. Ces transferts proviennent de l'énergie interne : les transferts thermiques (rayonnement solaire, géothermie) et halins (évaporation, précipitations) de surface entraînent une modification de l'énergie interne, dont une partie contribue à la redistribution de l'énergie potentielle.

#### 4. BILANS ÉNERGÉTIQUES DANS LA CIRCULATION MÉRIDIENNE DE RENVERSEMENT

2. Les termes **volumiques** correspondent à des **échanges** entre les **compartiments énergétiques** :

$$\phi_z = \iiint_V g \rho w \, dV \quad (11)$$

$$\epsilon = \iiint_V \rho_0 \nu (\vec{\nabla}(u^2) + \vec{\nabla}(v^2) + \vec{\nabla}(w^2)) \, dV \quad (12)$$

$$\phi_i = - \iiint_V K g \frac{\partial \rho}{\partial z} \, dV = -K g A (< \rho_{top} > - < \rho_{bottom} >) \quad (13)$$

- $\phi_z$  (eq. 11), est le flux de flottabilité, décrivant les échanges entre les compartiments d'énergie potentielle et d'énergie cinétique.
- $\epsilon$  (eq. 12) est le terme de dissipation visqueuse irréversible ( $\epsilon > 0$ ) d'énergie cinétique.
- $\phi_i$  (eq. 13) décrit le transfert énergétique irréversible ( $\phi_i > 0$ ) de l'énergie interne vers l'énergie potentielle, via la diffusion moléculaire verticale.  $< \rho_{top} >$  (resp.  $< \rho_{bottom} >$ ) est la moyenne spatiale horizontale de la masse volumique à la surface libre (resp. au fond de l'océan).

La figure 4 résume les échanges d'énergie entre les compartiments. Notons que les termes volumiques de dissipation visqueuse  $\epsilon$  et de diffusion moléculaire verticale  $\phi_i$  sont tous deux irréversibles, alors que les échanges entre  $KE$  et  $GPE$ , via le flux de flottabilité  $\phi_z$ , peuvent avoir lieu, *a priori*, dans les deux sens.

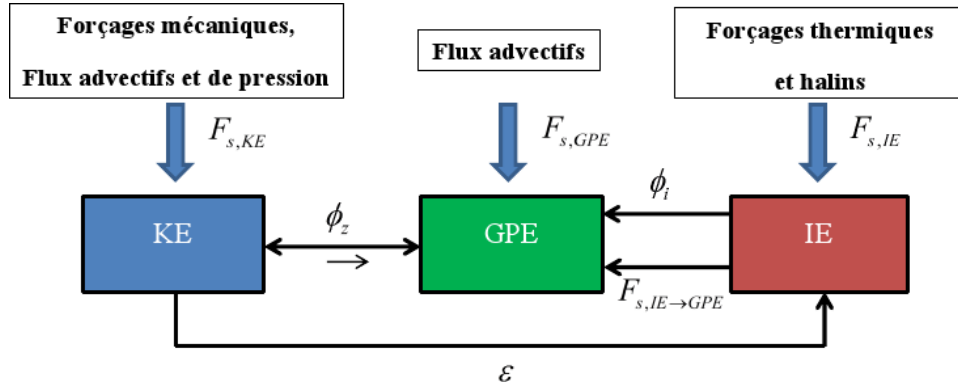


FIGURE 4 – *Echanges énergétiques entre les compartiments d'énergie cinétique, potentielle, et interne. La double flèche indique un transfert potentiellement réversible, la petite flèche montre la convention choisie pour le transfert. Les flèches noires indiquent des transferts irréversibles. Les flèches bleues indiquent des forçages en surface.*



## Le mélange diapycnal

Nous adoptons dans la suite la définition étendue de *Winters et al.* [1995] : un processus adiabatique a lieu sans transferts thermiques, ni de matière, à l'échelle moléculaire. Un tel processus provoque des échanges entre les compartiments  $KE$  et  $GPE$ , dans les deux sens ne modifiant pas la stratification de l'océan. Celle-ci est modifiée par les processus non-adiabatiques (diabatiques dans la suite du manuscrit), comme le mélange. Comment discerner, dans la variation de l'énergie potentielle, les processus irréversibles contribuant à la restratification de l'océan, des processus adiabatiques ?

*Lorenz* [1955] introduit pour cela la notion d'énergie potentielle disponible ( $APE$ ) : c'est l'énergie potentielle relâchée en réorganisant le fluide dans son état d'énergie potentielle minimum par des processus adiabatiques. Ce formalisme permet de définir la composante de l'énergie potentielle qui peut subir une croissance irréversible par le mélange diabatique : c'est l'énergie potentielle de référence  $GPE_r = GPE - APE$ . La figure 5 illustre la réorganisation adiabatique du fluide stratifié.

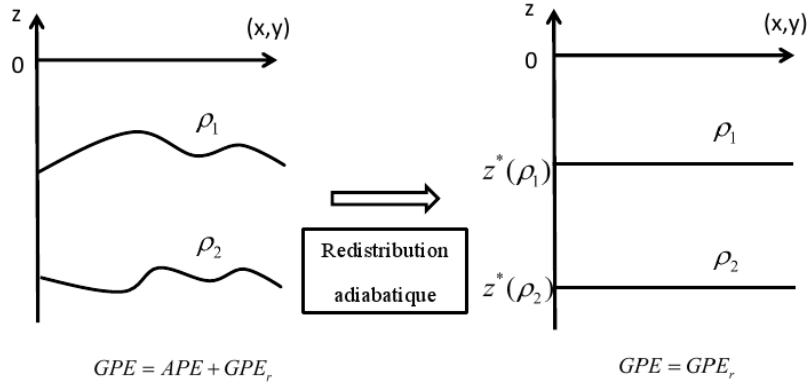


FIGURE 5 – *Redistribuition adiabatique du fluide stratifié, d'un état quelconque vers l'état d'énergie potentielle minimum.*

Dans l'état de référence, les isopycnes<sup>4</sup> sont horizontales. En conséquence, pour un fluide stratifié, il y a bijection entre la profondeur  $z_*$  d'une particule fluide après réarrangement adiabatique, et sa masse volumique  $\rho$ .

*Winters et al.* [1995] proposent un formalisme permettant d'exprimer le transfert énergétique vers l'énergie potentielle de référence, qui caractérise l'effet du mélange. Pour cela, les auteurs utilisent l'expression suivante de  $z_*$  :

$$z_*(\vec{x}, t) = \frac{1}{A} \iiint_V (H(\rho(\vec{x}', t) - \rho(\vec{x}, t))) dV', \quad (14)$$

où  $\vec{x}$  est la position de la particule fluide avant le réarrangement adiabatique,  $\vec{x}'$  est la variable d'intégration et  $dV'$  est le volume infinitésimal associé à  $\vec{x}'$ .  $H$  est la fonction d'Heaviside<sup>5</sup>. Ainsi, à l'instant  $t$ , deux particules fluides de position  $\vec{x}_1$ ,  $\vec{x}_2$

4. isopycne : ligne d'iso-densités

5.  $H(\rho(\vec{x}', t) - \rho(\vec{x}, t)) = \begin{cases} 1 & \text{si } \rho(\vec{x}', t) - \rho(\vec{x}, t) > 0 \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$

#### 4. BILANS ÉNERGÉTIQUES DANS LA CIRCULATION MÉRIDIENNE DE RENVERSEMENT

---

et de masses volumiques  $\rho(x_1, t) < \rho(x_2, t)$ , sont positionnées, après réarrangement adiabatique aux profondeurs  $z_{*1} > z_{*2}$ , en conservant leur masse volumique. L'équation (14) correspond bien à une réorganisation stable et adiabatique des particules fluides, illustrée par la figure 5.

A partir de l'équation 14, les auteurs définissent formellement  $GPE_r$  et  $APE$  :

$$GPE_r = \iiint_V gz_* \rho dV, \quad (15)$$

$$APE = GPE - GPE_r, \quad (16)$$

Comme pour l'énergie potentielle gravitationnelle, des flux de surface de forçages et des flux volumiques d'échanges sont associés à ces deux sous-compartiments :

$$\frac{dGPE_r}{dt} = F_{s,GPE_r} + F_{s,IE \rightarrow GPE_r} + (\phi_d - \phi_i) + \phi_i, \quad (17)$$

$$\frac{dAPE}{dt} = F_{s,APE} + F_{s,IE \rightarrow APE} + \phi_z - (\phi_d - \phi_i), \quad (18)$$

où

1.  $F_{s,GPE_r} + F_{s,APE} = F_{s,GPE}$  et  $F_{s,IE \rightarrow GPE_r} + F_{s,IE \rightarrow APE} = F_{s,IE \rightarrow GPE}$  sont les flux de surface, répartis entre les deux sous-compartiments.
2. Echanges volumiques :
  - les échanges volumiques par le flux de flottabilité  $\phi_z$  présents dans l'équation (7) décrivant l'évolution de  $GPE$  se retrouvent logiquement, avec un signe opposé, dans les variations de l'énergie potentielle disponible  $APE$ . Ces échanges ne contribuent pas directement à l'évolution diabatique du profil de stratification.
  - le terme  $\phi_i$  présent dans l'équation (13) contribue effectivement à une croissance diabatique de l'énergie potentielle de référence, via les effets diffusifs sur la colonne de fluide.
  - L'expression de  $\phi_d$  est donnée par l'équation (19) :

$$\phi_d = Kg \iiint_V -\frac{dz_*}{d\rho} \left\| \vec{\nabla}(\rho) \right\|^2 dV. \quad (19)$$

Par construction de  $GPE_r$ ,  $-\frac{dz_*}{d\rho} < 0$ , donc  $\phi_d > 0$ <sup>6</sup>. Le mélange diapycnal proportionnel au carré du gradient de densité  $\left\| \vec{\nabla}(\rho) \right\|^2$ , conduit bien à une augmentation irréversible de  $GPE_r$ , au détriment de l'énergie potentielle disponible  $APE$ . Le formalisme adopté par *Winters et al.* [1995] permet d'extraire le terme  $\phi_d - \phi_i$ , décrivant l'évolution de la stratification du fluide due au mélange turbulent.

La figure 6 complète la figure 4, en incluant les sous-compartiments  $APE$  et  $GPE_r$  introduits par *Lorenz* [1955] et formalisés par *Winters et al.* [1995].

---

<sup>6</sup>. de plus,  $\phi_d - \phi_i > 0$  dans le cas général, le mélange turbulent étant plus efficace que le mélange à l'échelle moléculaire

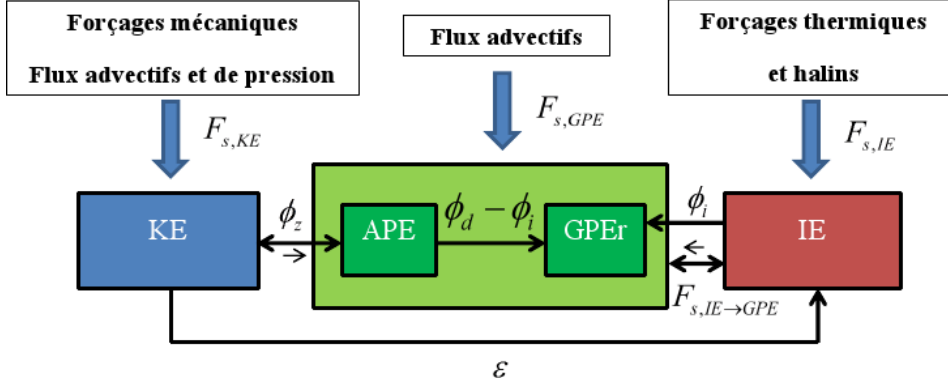


FIGURE 6 – Echanges énergétiques entre les compartiments d'énergie cinétique, énergie potentielle disponible APE et de référence  $GPE_r$ , et interne

### Estimation des apports énergétiques nécessaires

Ainsi, cette séparation permet de définir le terme  $\phi_d$  décrivant la croissance irréversible de l'énergie potentielle par le mélange turbulent. En résumé, une fraction de l'énergie injectée aux échelles du forçage conduit, à terme, à une augmentation irréversible de l'énergie potentielle de référence par le mélange diapycnal. Pour dégager les acteurs principaux du maintien de la MOC, il est nécessaire :

- de quantifier, et de localiser spatialement par conséquent, le transfert énergétique  $\phi_d$  associé au mélange diapycnal,
- d'identifier les termes de forçage assurant un transfert énergétique efficace vers  $GPE_r$ , via  $\phi_d$ .

L'ensemble de ces termes couvrent toutefois une large gamme d'échelles spatio-temporelles, d'où la difficulté d'en fournir une quantification précise et exhaustive.

La relation d'*Osborn and Cox* [1972] permet d'introduire un lien entre le terme de dissipation visqueuse  $\epsilon$  utilisé dans l'approche énergétique de *Winters et al.* [1995] et la paramétrisation turbulente utilisée par *Munk* [1966] qui fait apparaître  $K$  :

$$K = \Gamma_{\phi_z} \epsilon_m N^{-2}, \quad (20)$$

où  $\Gamma_{\phi_z} \equiv \frac{\phi_z}{\epsilon}$

est l'efficacité du mélange,  $\epsilon_m$  est un terme de dissipation visqueuse par unité de masse et

$$N^2(z) = -\frac{g}{\rho_0} \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial z} \quad (21)$$

est la fréquence de Brunt-Väisälä sous l'hypothèse de Boussinesq, décrivant la stratification du fluide. A l'époque de *Osborn and Cox* [1972], le terme décrivant le mélange diapycnal  $\phi_d$  n'a pas encore été introduit, et le mélange est interprété comme la portion de l'énergie cinétique turbulente convertie en énergie potentielle via le flux de

#### 4. BILANS ÉNERGÉTIQUES DANS LA CIRCULATION MÉRIDIENNE DE RENVERSEMENT

---

flottabilité, le reste étant dissipé dans  $\epsilon$ <sup>7</sup>. Cependant, le flux de flottabilité, *a priori* réversible donne uniquement une mesure indirecte du mélange irréversible. *Winters et al.* [1995] définissent une efficacité de mélange  $\Gamma$  associée au transfert quantifiant directement le mélange diapycnal, en accord avec la description énergétique résumée en figure 6.

$$\Gamma \equiv \frac{\phi_d}{\epsilon} \quad (22)$$

La valeur  $\Gamma = 0.2$ , issue de mesures de turbulence de grille en laboratoire [*Ivey and Imberger*, 1991; *Peltier and Caulfield*, 2003], est souvent utilisée. Cependant, *Winters et al.* [1995] ont remarqué que cette valeur peut être plus importante ( $\Gamma \approx 0.5$ ) sur l'exemple d'une instabilité de cisaillement en régime quasi laminaire. La section suivante aborde les conséquences d'une variation de l'efficacité de mélange  $\Gamma$  sur les flux énergétiques.

A partir de la valeur classique de  $\Gamma$ , et d'une estimation du coefficient de diffusion turbulente  $K(z)$  *Munk and Wunsch* [1998] ont proposé une estimation de la dissipation globale dans l'océan stratifié calculée à partir de l'équation 20 :

$$\epsilon = \iiint_V \rho(z) \Gamma^{-1} K(z) N^2(z) dV = 2.1 TW. \quad (23)$$

Ainsi environ 2 TW seraient dissipés par les effets visqueux. Les auteurs mettent en garde à propos des incertitudes importantes de cette estimation, qui a été ajustée à 2.3 TW par des études postérieures [*Ferrari and Wunsch*, 2010]. Cette valeur paraît négligeable devant le flux thermique de l'Equateur vers les pôles, qui est de l'ordre de 2000 TW. Pourtant, sans cette dissipation thermique le maintien de la MOC serait impossible. A titre de comparaison, la dissipation énergétique par la marée océanique s'élève à 3.5 TW.

Il est important de noter ici que les pertes énergétiques par dissipation visqueuse n'impliquent pas directement un changement de masse volumique du fluide et donc une modification de  $GPE_r$ . Au contraire, les pertes dissipatives conduisent à un gain d'énergie interne, par échauffement du fluide. Cet échauffement ne contribue cependant pas à des changements significatifs de la densité locale du fluide, principalement contrôlée par le mélange diapycnal<sup>8</sup>.

L'équation (22) permet d'estimer le mélange diapycnal  $\phi_d = \Gamma \epsilon = 0.4 TW$ , impliqué dans la redistribution de  $GPE_r$ . *Munk and Wunsch* [1998] interprètent ce mélange diapycnal comme une fraction de la dissipation visqueuse contribuant à la production de  $GPE$ , sans distinguer  $GPE_r$  et  $APE$ . Comme nous l'avons vu précédemment, le modèle de *Winters et al.* [1995] (figure 6) insiste plutôt sur l'importance de  $\phi_d$  : le transfert par le mélange diapycnal a lieu depuis  $APE$  vers  $GPE_r$ , tandis que la dissipation visqueuse induit un transfert irréversible depuis l'énergie cinétique ( $KE$ ) vers l'énergie interne ( $IE$ ). Dans l'approche de *Winters et al.* [1995],  $\epsilon$  ne

---

7. cette approche est également reprise par *Munk and Wunsch* [1998], qui privilégient un mélange contrôlé par  $\phi_z$

8. par exemple, une valeur de  $\epsilon \approx 10^{-6} W/kg$ , typique de régions de forte turbulence, conduirait à une augmentation de température de 7 mK/an.

contrôle pas directement la redistribution d'énergie potentielle. Néanmoins, la proportionnalité empirique entre le mélange diapycnal  $\phi_d$  et la dissipation visqueuse  $\epsilon$  rend cette deuxième grandeur utile pour la quantification du mélange diapycnal.

Les modèles et les valeurs numériques décrits dans la présente section, ont été obtenus dans le cadre de l'approximation **L-Boussinesq**. Ces hypothèses ont permis de dégager des expressions analytiques des transferts entre les compartiments énergétiques, et de quantifier le mélange diapycnal. Cependant, dans ce cadre, le maintien de la MOC serait principalement contrôlé par les forçages mécaniques  $F_{s,KE}$ , les forçages par les flux de flottabilité contenus dans  $F_{s,GPE}$  étant mineurs. Cette vision d'un océan contrôlé uniquement mécaniquement est intrinsèquement lié à ce choix d'hypothèses, et a été remise en question récemment par *Tailleux* [2009], qui propose dans son article une description plus générale des transferts énergétiques dont les résultats principaux sont restitués dans la section suivante.

## 5 Limites de l'approximation L-Boussinesq

### 5.1 Effet de la non-linéarité de l'équation d'état

On considère dans un premier temps le système thermodynamique  $S_{ocean}$  isolé. Dans le cadre de l'approximation L-Boussinesq, les équations régissant les évolutions de l'énergie cinétique  $KE$ , et des deux compartiments de l'énergie potentielle  $GPE_r$  et  $APE$ , sont obtenues à partir des équations (6), (17) et (18), respectivement, en annulant les termes de forçages :

$$\frac{dKE}{dt} = -\phi_z - \epsilon, \quad (24)$$

$$\frac{dAPE}{dt} = \phi_z - \underbrace{(\phi_d - \phi_i)}_{D(APE)}, \quad (25)$$

$$\frac{dGPE_r}{dt} = \underbrace{(\phi_d - \phi_i)}_{W_{r,turbulent}} + \phi_i. \quad (26)$$

$W_{r,mixing}$

Dans la suite, les notations de *Tailleux* [2009] sont utilisées pour présenter les flux énergétiques, dans un cadre plus général que l'approximation L-Boussinesq en s'appuyant sur les résultats de son article.  $D(APE) = \phi_d - \phi_i$  est le terme de dissipation d'énergie potentielle disponible et  $W_{r,mixing}$  est le terme de mélange diapycnal, de composante turbulente  $W_{r,turbulent}$ <sup>9</sup>. Un résultat important obtenu dans l'approximation L-Boussinesq est que le taux de dissipation d'énergie potentielle disponible  $D(APE)$  est égal au taux de formation turbulent de  $GPE_r$  :

$$D(APE) = W_{r,turbulent}. \quad (27)$$

Dans le cas d'une équation d'état non-linéaire ne dépendant, pour simplifier, que de la température, *Tailleux* [2009] montre que l'équation (27) n'est pas valide dans le cas

9. *Tailleux* [2009] sépare  $W_{r,mixing} = W_{r,laminar} + W_{r,turbulent}$  avec  $W_{r,turbulent}$  la composante du mélange associée au processus turbulent

général. En effet, en utilisant l'équation d'état (28), toujours sous l'approximation de Boussinesq, il démontre que la valeur de  $W_{r,turbulent}$  peut être très différente de celle obtenue dans l'approximation L-Boussinesq, la composante non-linéaire  $\alpha(T)$  de l'équation d'état introduisant des écarts potentiellement importants entre les deux termes. Le paramètre  $\xi$ , défini par l'équation (29), est alors introduit pour décrire l'écart à la linéarité dans l'équation d'état.

$$\rho(T) = \rho_0 \left[ 1 - \int_{T_0}^T \alpha(T') \right] dT', \quad (28)$$

$$\xi = \frac{W_{r,turbulent}}{D(APE)}. \quad (29)$$

Le paramètre  $\xi$  varie en fonction de l'équation d'état et de la compressibilité du fluide, dans l'intervalle  $] -\infty, 1]$  pour l'eau de mer. Il est important de noter que pour une valeur de  $\xi$  négative, le mélange turbulent peut conduire à une décroissance de  $GPE_r$ , décrite par *Fofonoff, N.* [1962, 1998, 2001]. Ainsi, bien que l'approximation L-Boussinesq apporte des clés pour la compréhension du rôle du mélange diapycnal, certains régimes physiques peuvent échapper au cadre de cette description.

Le fait que  $W_{r,turbulent}$  et  $D(APE)$  puissent être différents implique la nécessité de reconsidérer la nature des processus dynamiques et thermodynamiques à l'origine des transferts énergétiques. *Tailleux* [2009] pointe notamment la création d'entropie due au caractère irréversible de la dissipation d'énergie potentielle disponible  $D(APE)$ . Cette création d'entropie entraîne une croissance de l'énergie interne  $IE$ , non décrite dans la description de *Winters et al.* [1995] (*cf.* figure 6), où les seuls termes pouvant faire évoluer l'énergie interne  $IE$  sont la dissipation visqueuse  $\epsilon$  et le mélange diffusif  $\phi_i$ . Cette composante  $D(APE)$  n'apparaît pas dans l'approximation L-Boussinesq à cause de l'égalité stricte entre  $D(APE)$  et  $W_{r,turbulent}$ .

Dans le cadre général des équations de Navier-Stokes compressibles (NS-C dans la suite), l'auteur propose de compléter la figure 6 en assurant le lien entre  $D(APE)$ ,  $W_{r,turbulent}$ , et l'évolution de l'énergie interne.

## 5.2 Flux volumiques dans le cadre des équations Navier-Stokes compressibles

### Sous-compartiments de l'énergie interne

Afin de clarifier les transferts énergétiques vers, et depuis l'énergie interne, *Tailleux* [2009] construit un potentiel  $PE$  contenant l'énergie potentielle de pesanteur  $GPE$ , le travail de compression/dilatation par la pression atmosphérique  $P_A$  s'opposant au changement du volume de fluide  $V$ , et l'énergie interne  $IE$  :<sup>10</sup> :

$$PE = GPE + IE + P_A V \text{ que l'on réécrit :} \quad (30)$$

$$PE = \underbrace{GPE_r + IE_r + P_A V_r}_{PE_r} + \underbrace{AGPE + AIE + P_A(V - V_r)}_{APE}. \quad (31)$$

---

10. dans le cas de l'approximation L-Boussinesq présenté par *Winters et al.* [1995], l'énergie interne est traitée comme un compartiment indépendant de  $PE$ , d'où  $PE = GPE$  et  $D(APE) = D(AGPE)$ . Pour *Tailleux* [2009],  $D(APE)$  décrit les pertes d'énergie potentielle de gravité et d'énergie interne disponibles.

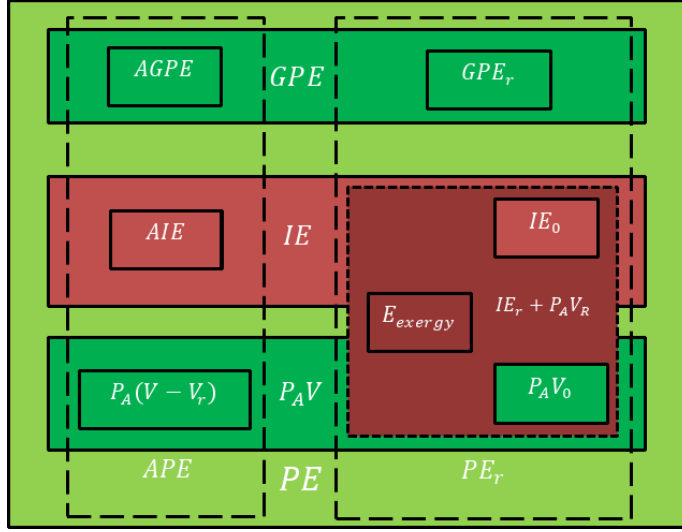


FIGURE 7 – *Partitions énergétiques de GPE et IE dans la description de Tailleux [2009]. L'énergie potentielle totale PE, englobant l'énergie interne IE, l'énergie potentielle de pesanteur GPE, et le travail des forces pressantes atmosphériques  $P_A V$ , est séparée en énergie potentielle de référence  $PE_r$  et disponible APE.*

L'énergie interne et le travail de la pression atmosphérique sont séparés en une composante de référence ( $IE_r, P_A V_r$ ), obtenue par un réarrangement adiabatique des particules fluides, et une composante disponible ( $AIE, P_A(V - V_r)$ ), avec  $V_r$ , le volume de l'océan dans l'état de référence.

De plus, l'énergie interne de référence est partitionnée en deux sous-compartiments :

$$IE_r = E_{exergy} + IE_0. \quad (32)$$

avec :

- $IE_0$ , l'"énergie morte", l'énergie interne du système isotherme  $S_0$  (à  $T_0(t)$ ) fictif, ayant la même énergie potentielle de référence que le système  $S_{ocean}$  :  $IE_0 + GPE_0 + P_A V_0 = PE_r$ .  $S_0$  est donc non stratifié.
- $E_{exergy} = IE_r - IE_0 + P_A(V_r - V_0)$ , l'exergie, décrivant la composante de l'énergie interne due à la stratification  $T_r(z, t)$  dans l'état de référence. C'est le travail maximal récupérable lors d'une évolution (fictive) du système  $S_{ocean}$  de son état de référence stratifié  $T_r(z, t)$ , vers l'état d'équilibre thermodynamique  $S_0$ .

La figure 7 récapitule la partition du potentiel  $PE$  entre les différents sous-compartiments.

### Evolution de $KE$ , $APE$ , et $GPE_r$ : cas d'un océan isolé

A partir de ces définitions, l'auteur dérive, pour un système isolé, les équations d'évolution de  $KE$ ,  $APE$  et  $GPE_r$  dans le cas général des équations de Navier-Stokes

## 5. LIMITES DE L'APPROXIMATION L-BOUSSINESQ

compressibles :

$$\frac{dKE}{dt} = -C(KE, APE) - D(KE), \quad (33)$$

$$\frac{dAPE}{dt} = C(KE, APE) - D(APE), \quad (34)$$

$$\frac{dGPE_r}{dt} = W_{r,mixing}. \quad (35)$$

où  $C(KE, APE)$  est le terme d'échange entre les compartiments  $KE$  et  $APE$ , et  $D(KE)$  est le terme de dissipation visqueuse. Le tableau 1 récapitule l'équivalence physique entre les termes de flux volumiques, dans le cadre de l'approximation L-Boussinesq et des équations NS-C.

Flux volumique	L-Boussinesq	NS-C
Echanges $KE/PE$	$\phi_z$	$C(KE, APE)$
Dissipation visqueuse	$\epsilon$	$D(KE)$
Dissipation d' $APE$	$\phi_d - \phi_i$	$D(APE)$
Mélange diapycnal	$\phi_d$	$W_{r,mixing}$

TABLE 1 – *Equivalence des termes de flux volumiques dans le cadre des équations L-Boussinesq et NS-C*

Les termes issus des équations NS-C sont plus complets que dans le cas L-Boussinesq. En particulier, les termes  $C(KE, APE)$  et  $D(KE)$  ont une composante associée à la compressibilité du fluide, relativement faible dans le cas général.

Le terme  $W_{r,mixing}$  a une composante liée à la **non-linéarité** de l'équation d'état pouvant introduire un écart important par rapport au terme équivalent dans le cas L-Boussinesq.

*Tailleux* [2009] montre que le terme  $D(APE)$  est peu affecté par le choix de l'approximation L-Boussinesq, et souligne le fait que ce cadre est satisfaisant pour décrire les évolutions de  $KE$  et  $APE$ , mais pas l'évolution de  $GPE_r$  dans certains régimes physiques. Il détaille ensuite les transferts vers l'énergie interne pour comprendre comment  $W_{r,mixing}$  intervient dans son évolution.

### Evolution des énergies internes

En calculant explicitement les évolutions instantanées des deux composantes de l'énergie interne  $IE_0$  et  $E_{exergy}$ , l'auteur montre que les transferts vers ces deux compartiments sont de nature différente :

$$\frac{dIE_0}{dt} = D(KE) + D(APE), \quad (36)$$

$$\frac{dE_{exergy}}{dt} = -W_{r,mixing}. \quad (37)$$

Ce choix de séparer l'énergie interne en sous-compartiments indépendants permet de mieux comprendre la nature des processus physiques à l'oeuvre.



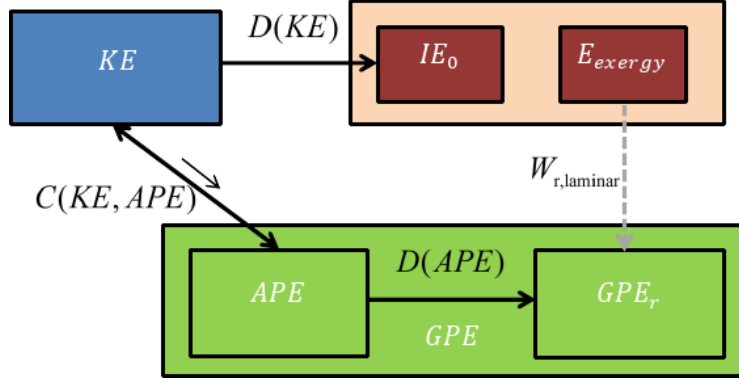


FIGURE 8 – Bilans énergétiques dans l'interprétation classique de Winters et al. [1995], considérant l'évolution indépendante des sous-compartiments de l'énergie interne. La flèche tiretée grisée indique que la contribution laminaire  $W_{r,laminar}$  de  $W_{r,mixing}$  est présente, mais a peu d'effets sur la restratification du fluide.

Les processus de dissipation d'énergie potentielle disponible et d'énergie cinétique ont lieu en faveur de  $IE_0$  : ils modifient l'état d'équilibre thermodynamique équivalent du système, sans influencer directement sur la stratification de l'état de référence  $S_r$ . En revanche, le mélange conduisant à un gain d'énergie potentielle de référence se fait au détriment de l'exergie. Cela semble physiquement cohérent : l'exergie est l'énergie interne récupérable à partir de la stratification de référence du fluide, c'est donc un réservoir, ou un puits, couplé à l'énergie potentielle de référence du fluide.

Les figures 8 et 9 proposent, pour un évènement de mélange turbulent dans l'océan, deux bilans énergétiques conduisant aux mêmes variations de  $KE$ ,  $APE$  et  $IE$ .

La première figure est l'interprétation standard, équivalente à celle de Winters et al. [1995], schématisée figure 6, où  $W_{r,turbulent} = D(APE)$  et où la contribution relativement faible de l'énergie interne à  $GPE_r$  se fait par la composante  $W_{r,laminar}$  de  $W_{r,mixing}$ .

La deuxième interprétation repose sur les bilans d'énergie décrits par les équations (36) et (37), pour lesquels  $\xi \neq 1$ , et le gain de  $GPE_r$  se fait cette fois au détriment de  $E_{exergy}$ . Notons que les valeurs de  $D(APE)$  et  $W_{r,turbulent}$  sont relativement proches dans le cas général : bien que ces transferts aient lieu entre des compartiments différents, ils sont néanmoins liés mathématiquement et physiquement<sup>11</sup>. En effet, l'augmentation de  $GPE_r$  est associée à une déplétion de l'énergie potentielle disponible  $APE$  lors d'un épisode de mélange turbulent, comme présenté dans la figure 1 de [Tailleux, 2009]. L'énergie mise en jeu dans l'épisode de mélange ne va donc pas directement de  $APE$  à  $GPE_r$  mais transite par le compartiment  $IE$ . L'identification de transferts potentiels entre les sous-compartiments  $IE_0$  et  $E_{exergy}$  n'est pas abordée ici mais constitue potentiellement une prochaine étape importante pour la compréhension du mélange océanique.

11. égaux dans le cas de l'approximation L-Boussinesq.

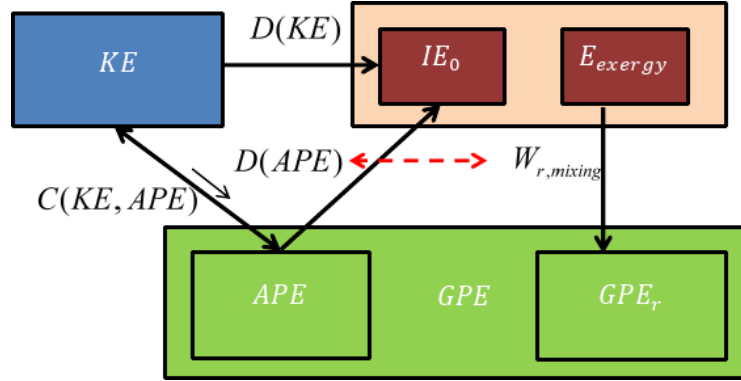


FIGURE 9 – Bilans énergétiques dans la nouvelle interprétation de Tailleux [2009], considérant l'évolution indépendante des sous-compartiments de l'énergie interne. La double flèche tiretée indique que les transferts énergétiques  $D(APE)$  et  $W_{r,mixing}$  ont des valeurs voisines.

### 5.3 Apport des flux de flottabilité dans l'équilibre énergétique de l'océan

Maintenant que les flux énergétiques associés aux différents sous-compartiments de  $IE$  ont été dégagés, intéressons-nous aux termes de forçages mécaniques et de flottabilité. Le but de cette section est de proposer une relation entre les flux de surface mécaniques (vents et marées)  $G(KE)$ , de flottabilité  $G(APE)$ , et le taux de décroissance  $W_{r,forcing}$  de  $GPE_r$  dû principalement à la plongée des eaux denses aux pôles. Le rôle des flux de surface de flottabilité a souvent été considéré comme négligeable dans le bilan des apports énergétiques à l'océan [Munk and Wunsch, 1998; Wunsch and Ferrari, 2004], dans une approche L-Boussinesq. En effet, les 2 TW des flux de surface mécaniques estimés par Munk and Wunsch [1998] (équation 38) semblent suffisants pour le maintien de la stratification dans cette approche :

$$G(KE) = \frac{W_{r,forcing}}{\Gamma} = 2 \text{ TW}, \quad (38)$$

en choisissant la valeur canonique  $\Gamma = 0.2$ . Cependant, des mesures réalisées par Oort *et al.* [1994] ont conduit à des valeurs substantielles de  $G(APE) = 1.2 \pm 0.7 \text{ TW}$ , comparables aux 2 TW fournis par le forçage mécanique, estimés par Munk and Wunsch [1998]. Tailleux [2009] propose alors une version plus générale de l'équation (38) pour un océan compressible et pour une équation d'état non-linéaire, dont je présente les principales conclusions.

### Evolution de $KE$ , $APE$ , $GPE_r$ : cas d'un océan forcé

*Tailleux* [2009] complète les équations (33), (34) et (35), en ajoutant les termes de forçages  $G(KE)$ ,  $G(APE)$  et  $W_{r,forcing}$  :

$$\frac{dKE}{dt} = -C(KE, APE) - D(KE) + G(KE), \quad (39)$$

$$\frac{dAPE}{dt} = C(KE, APE) - D(APE) + G(APE), \quad (40)$$

$$\frac{dGPE_r}{dt} = W_{r,mixing} - W_{r,forcing}, \quad (41)$$

et montre que  $G(APE) \approx W_{r,forcing} \approx 0.5$  TW en utilisant les équations NS-C, ce qui est en contradiction avec l'hypothèse de flux de flottabilité négligeables présentée par *Munk and Wunsch* [1998], dans le cadre de l'approximation L-Boussinesq.

En se plaçant en régime stationnaire pour les équations (39), (40) et (41) et en utilisant le coefficient de non-linéarité  $\xi$ , *Tailleux* [2009] aboutit à une expression générale reliant les forçages mécaniques  $G(KE)$  et de flottabilité  $G(APE)$  :

$$G(KE) \approx \frac{1+(1-\xi)\Gamma}{\xi\Gamma} G(APE) \quad (42)$$

$\xi$  apparaît explicitement dans l'équation (42), illustrant l'importance de la non-linéarité de l'équation d'état dans la relation entre les termes de forçages<sup>12</sup>.

Ainsi, des événements de mélange turbulent forcés par les flux de flottabilité sont susceptibles de jouer un rôle non négligeable dans le maintien de la stratification océanique. Ces événements sont associés à des efficacités de mélange  $\Gamma$  plus grandes que dans le cas d'un forçage mécanique. En choisissant les valeurs  $\xi = 0.5$  et  $\Gamma = 0.5$ , valeurs inspirées de mesures *in situ*, et  $G(APE) = 0.5$  TW, l'auteur retrouve la valeur de 2 TW pour le terme de forçage mécanique.

*Tailleux* [2009] conclut alors qu'il n'y a pas de raison de rejeter l'idée que les océans sont forcés de manière substantielle par les transferts thermiques et halins en surface. Les bilans énergétiques effectués dans le cadre des équations NS-C conduisent à une interprétation alternative et crédible du maintien de la MOC.

La figure (10) résume, dans une forme simplifiée, le bilan d'énergie proposé par *Tailleux* [2009]. La corrélation entre les transferts énergétiques en volume  $D(APE)$  et  $W_{r,mixing}$  d'une part, et les forçages  $G(APE)$  et  $W_{r,forcing}$  d'autre part, est indiquée.

La plupart des modèles numériques actuels, dont celui utilisé pour ma thèse, repose sur l'approximation L-Boussinesq. Ils favorisent donc implicitement une circulation forcée mécaniquement, mais de nombreux efforts sont entrepris pour lever cette hypothèse dans les nouvelles générations de modèles<sup>13</sup>, afin de se rapprocher d'une description plus réaliste des transferts énergétiques dans l'océan.

Environ 2 TW d'énergie cinétique dissipée dans  $\epsilon$  sont associés aux 0.4 TW de mélange diapycnal  $W_{r,mixing}$  nécessaire pour le maintien d'un upwelling s'opposant à la plongée des eaux denses aux pôles. Les conclusions de *Tailleux* [2009], présentées

12. dans le cas d'une équation d'état linéaire ( $\xi = 1$ ), on retrouve bien l'équation (38)

13. le modèle Symphonie-NH dispose maintenant d'un noyau non Boussinesq.

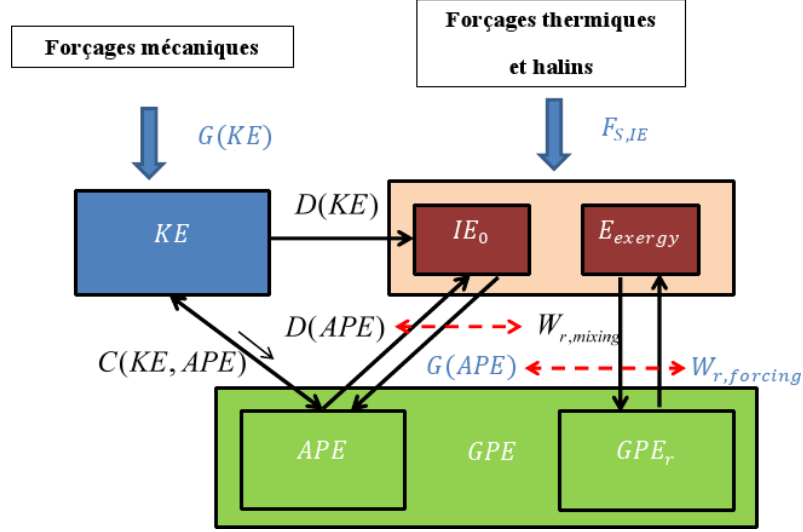


FIGURE 10 – Bilans d'énergie simplifié de l'approche de Tailleux [2009]. Les termes en bleu sont les forçages. Les flèches en pointillés indiquent des termes de transferts non indépendants (égaux dans l'approximation L-Boussinesq).

dans la section 5 ne contredisent pas ces valeurs, mais accordent un rôle plus important aux flux de flottabilité dans le maintien de la circulation océanique. Une quantification précise des différentes sources mécaniques  $G(KE)$  et thermodynamiques  $G(APE)$  de ce maintien peut permettre de mieux comprendre son fonctionnement. Dans la section suivante, nous allons nous intéresser aux sources d'énergie cinétique  $G(KE)$  contribuant à ce maintien. La description des processus physiques liés à l'une de ces sources, la marée interne générée sur une topographie, constitue en effet le coeur de ma thèse.

## 6 Les ondes internes : une source de mélange océanique

Dans les années 70, les premières mesures océanographiques aux échelles du mélange turbulent ont permis de calculer un coefficient de diffusion turbulente pélagique<sup>14</sup>  $K_{pel} \approx 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$  [Osborn and Cox, 1972], soit un ordre de grandeur inférieur à la valeur moyenne nécessaire pour maintenir la MOC d'après les estimations de Munk. Cette valeur dans l'océan pélagique a été confirmée par des mesures plus récentes [Ledwell et al., 1993] ce qui a conduit à une remise en question de l'idée d'une diffusion turbulente homogène. En effet, la valeur mesurée de  $K_{pel}$ , si elle était homogène dans tout l'océan, ne permettrait pas d'assurer le maintien de la MOC. La redistribution quantitative de la stratification de l'océan a lieu principalement dans des zones où un mélange intense est favorisé par l'interaction entre la marée et la topographie.

14. c'est à dire relativement loin des frontières du bassin

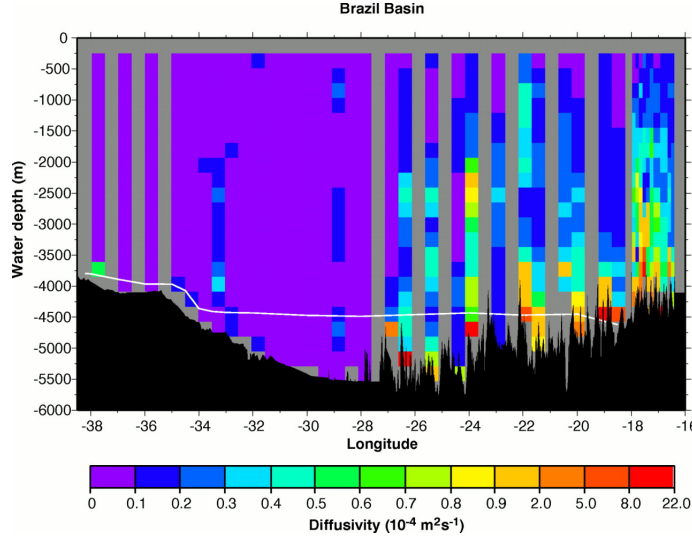


FIGURE 11 – Variations du coefficient de diffusion turbulent pour la température  $K_T$  dans une section est-ouest du bassin du Brésil. Des valeurs supérieures à  $10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}$  sont mesurées sur une grande profondeur, au dessus des reliefs accidentés (entre  $12^\circ\text{W}$  et  $28^\circ\text{W}$ ). Au dessus des topographies plus lisses, la valeur typique est proche de  $K_{PE}$ .

### 6.1 Interaction entre la marée externe et la topographie

Des mesures de diffusion turbulente réalisées par *Polzin et al.* [1997] permettent de localiser des zones de turbulence intense, au dessus des topographies abruptes du bassin du Brésil dans l'Atlantique Sud, avec des coefficients de mélange excédant  $10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$ . Au dessus des plaines abyssales,  $K$  est relativement proche du coefficient pélagique  $K_{pel}$ . La topographie apparaît alors comme un acteur clé du mélange océanique : les événements de turbulence locaux, induits par le relief océanique seraient susceptibles de fournir une partie de l'énergie nécessaire pour maintenir la stratification de l'océan à l'échelle globale<sup>15</sup>.

La description des processus turbulents proches du relief océanique est alors nécessaire pour dégager les sources du maintien de la MOC. L'étude temporelle de la dissipation visqueuse révèle un signal périodique associé à la marée [*St. Laurent et al.*, 2001]. On a longtemps pensé que les 3.5 TW associés aux marées océaniques lunaires et solaires étaient principalement dissipés dans les couches limites turbulentes des mers peu profondes, ne contribuant pas au mélange océanique. Depuis les travaux de *Bell* [1975] et *Baines* [1982], il est connu que l'interaction de la marée externe avec le plateau continental génère des ondes de marée interne dont l'océan stratifié est le support de propagation.

Contrairement à la marée externe qui est étendue sur toute la profondeur de l'océan, ces ondes internes localisées se propagent principalement sous la forme de

15. d'après l'équation (23), un coefficient de diffusion turbulent égal à  $10^{-2} \text{ m}^2/\text{s}$  sur 1% du volume de l'océan conduirait à la même valeur de dissipation visqueuse globale que  $K = 10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}$  réparti sur l'ensemble des océans

rayons d'extension finie, dont l'angle avec l'horizontale est contrôlé par la stratification. Dans les zones de forts gradients de densité, comme la pycnocline océanique, les ondes internes adoptent un comportement quasi-interfacial et fortement non-linéaire, influant sur la dynamique et la biophysique de la couche de mélange.

La marée interne dans l'océan profond, joue à son tour un rôle dans la cascade énergétique vers les échelles du mélange, par exemple en déferlant. *Staquet and Sommeria* [2002] détaillent les différents processus provoquant la cascade énergétique des ondes internes. Les premières estimations des transferts associés (0.4 TW pour Bell et 0.017 TW  $\pm 50\%$  pour Baines) à cette cascade ont conduit à des valeurs trop faibles pour considérer la marée comme une source efficace de mélange océanique. Cependant, Bell et Baines avaient considéré uniquement la génération de marée interne au niveau des talus continentaux, où la marée externe est dans la plupart des cas parallèle au talus, induisant une faible conversion. Au niveau des dorsales océaniques, la marée externe est au contraire dirigée perpendiculairement à la dorsale, rendant la conversion marée externe/interne plus efficace.

Avec l'avènement des mesures satellitaires, *Egbert and Ray* [2001] estiment, grâce aux données altimétriques fournies par le satellite TOPEX/POSEIDON, qu'environ 0.9 TW seraient disponibles pour la conversion marée externe/interne, et à terme pour le mélange océanique.

### 6.2 La marée interne dans l'océan

L'énergie fournie lors de la conversion vers la marée interne est disponible, à terme, pour contribuer au mélange océanique. Plusieurs voies vont être empruntées lors de la cascade énergétique vers les échelles du mélange turbulent, dont l'article de *Munk and Wunsch* [1998] fait la revue. L'interaction de la marée externe avec la topographie conduit à la génération d'ondes internes dont une partie est dissipée localement et provoque un mélange turbulent abyssal intense directement au dessus des topographies [*Toole et al.*, 1997]. De plus, des mesures réalisées au large des îles d'Hawaï ont mis en évidence qu'une fraction de la marée interne générée au dessus de la topographie était susceptible de se propager sous forme de rayons, sur des distances de l'ordre du millier de kilomètres avant d'être dissipées. Le calcul des flux énergétiques loin de la topographie correspond à la valeur pélagique  $K_{pel}$ , et il est légitime de considérer la marée interne radiée comme un acteur important du mélange pélagique, comme suggéré par Munk trente ans auparavant.

La conversion entre marée externe et interne dépend de caractéristiques océaniques présentant une forte variabilité spatio-temporelle. D'une part, nous avons vu que la topographie est impliquée dans cette conversion. D'autre part la stratification de l'océan, qui varie spatialement et temporellement, joue également un rôle dans la dynamique de la marée interne. L'étendue des spectres spatiaux et temporels associés à la cascade énergétique de la marée externe vers le mélange, via la marée interne, représente un grand défi pour la communauté océanographique.

Comment fournir une description quantitative et globale de la contribution de la marée interne au mélange, compte tenu des vastes gammes d'échelles spatio-temporelles et des différentes formes d'énergies mises en jeu ?

La campagne océanographique coopérative HOME (Hawaii Ocean Mixing Experiment, décrite par *Rudnick et al.* [2003]), s'est concentrée sur le mélange topographique induit au niveau de la dorsale hawaïenne, en réalisant des mesures de variables associées à la cascade énergétique (température, salinité, vitesse) à différentes échelles temporelles et spatiales et en différents lieux.

En utilisant ces données, *Klymak et al.* [2006] déduisent qu'environ 5 GW sont disponible pour la conversion marée externe/interne, et à terme pour le mélange, sur la dorsale hawaïenne. Cette campagne a montré qu'il est possible de décrire quantitativement l'évolution de la marée externe vers les échelles du mélange, sur un site de génération intense. Des extrapolations à l'échelle du globe ont été réalisées à partir de valeurs de flux énergétiques mesurées localement, dans le but d'estimer la contribution totale de la marée interne au mélange océanique. Cependant, des incertitudes importantes sont liées à ces extrapolations et aux méthodes de mesure. Par exemple, l'analyse des données satellites de *Egbert and Ray* [2001] conduit à une conversion entre marée externe et interne s'élevant à  $20 \pm 6$  GW, dont environ la moitié serait disponible pour le mélange local, et l'autre moitié radiée sous forme de marée interne [*Merrifield et al.*, 2001]. Les incertitudes importantes liées à ces analyses soulignent le besoin de poursuivre l'effort de description des processus associés à la génération de la marée interne sur une topographie, sa propagation, et du mélange qu'elle induit.

### 6.3 Fermeture du budget énergétique de l'océan

Si la marée interne contribue substantiellement au mélange diapycnal de l'océan stratifié, à hauteur de 1 TW, d'autres processus de conversion énergétiques ont lieu pour atteindre les 2.3 TW associés à la dissipation visqueuse [*Ferrari and Wunsch*, 2010].

Les articles écrits par Wunsch et Ferrari complètent le travail de *Wunsch* [1998] visant à estimer la contribution du vent au mélange océanique, qui a deux origines principales [*Wunsch and Ferrari*, 2004; *Ferrari and Wunsch*, 2010]. Tout d'abord, la tension de vent à la surface de l'océan convertit une partie de l'énergie cinétique atmosphérique en énergie océanique, via la mise en place d'un courant géostrophique. *Wunsch* [1998] calcule une valeur de 0.8 TW associée à cette conversion énergétique. Cette quantité est alors dissipée via deux mécanismes principaux : l'interaction de tourbillons géostrophiques avec la couche limite de fond et la génération d'ondes internes sur la topographie, dans une moindre mesure.

Le vent est aussi à l'origine d'ondes internes, non associées à la marée. En effet, l'ajustement géostrophique associé au forçage par le vent provoque la génération d'ondes internes inertielles, c'est-à-dire oscillant à la fréquence inertielle. Ces ondes se propagent vers l'océan intérieur, et l'interaction onde-onde, par exemple, provoque un transfert d'énergie efficace vers les échelles du mélange. *Alford et al.* [2007] estiment que 0.5 TW seraient disponibles pour le mélange via ces processus.

Pour résumer, les sources principales connues de mélange océanique sont les marées lunaires et solaires d'une part, et le forçage par le vent d'autre part, avec des contributions équivalentes. *Munk and Wunsch* [1998] résument les transferts énergétiques des échelles du forçage vers les échelles du mélange dans la figure 12.

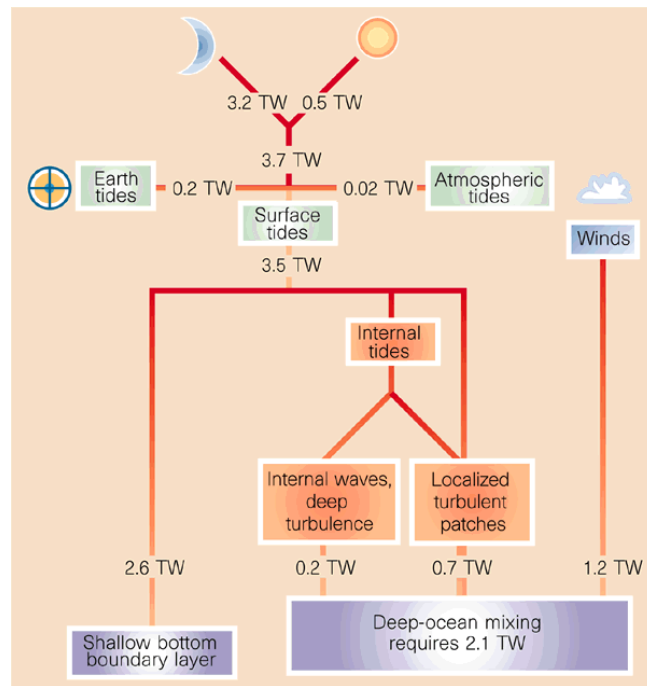


FIGURE 12 – Schéma des transferts énergétiques depuis les échelles du forçage mécanique vers les échelles du mélange, proposé par Munk and Wunsch [1998] et simplifié par Killworth [1998]. Le forçage par le vent d'une part, et par les marées lunaires et solaires d'autre part sont les deux principaux moteurs de la circulation océanique dans la description proposée. Tiré de Killworth [1998].



## 7 Mon approche de l'étude des ondes internes

### 7.1 Une étude multi-outils des ondes internes à l'échelle du laboratoire

#### Etude des mécanismes à l'échelle du laboratoire...

Nous venons de voir que la marée interne générée sur une topographie est un élément important des transferts énergétiques des échelles du forçage de l'océan vers les échelles du mélange turbulent. Elle contribuerait en effet à près de la moitié du mélange turbulent nécessaire au maintien de la stratification océanique. Des évaluations quantitatives sont alors nécessaires pour décrire plus précisément son rôle dans le maintien de la circulation océanique ainsi que les processus mis en jeu. Plusieurs outils sont à disposition pour atteindre cet objectif. La mesure *in situ* de marée interne est une référence, mais elle est difficile du fait de la complexité des phénomènes océaniques observés. De même, la représentation explicite et simultanée de sa génération, de sa propagation et de son déferlement dans les modèles numériques est assujettie à des choix de paramétrisations qui nécessitent une validation. De plus, la justesse de ces paramétrisations dépend de notre niveau de compréhension des phénomènes. Dans cette perspective, la simulation physique, en particulier dans une installation de grande taille, constitue un outil intéressant pour étudier la physique de ces ondes. Elle permet en effet d'accéder à un jeu de données complet et précis sur un écoulement réel parfaitement contrôlé. En ce sens, elle combine certains avantages de l'observation et de la modélisation numérique.

Dans le cadre de ma thèse, je me suis appuyé sur l'utilisation complémentaire des outils numériques et expérimentaux pour décrire quantitativement différents régimes d'ondes internes générées sur une topographie à l'échelle du laboratoire.

L'utilisation simultanée de ces deux outils présente plusieurs intérêts. Tout d'abord, la réalisation de simulations numériques directes avec le modèle Symphonie-NH, développé au laboratoire d'Aérodynamique, a permis de couvrir plusieurs gammes de régimes d'intérêt afin de définir les configurations expérimentales les plus pertinentes. Les expériences de laboratoire réalisées ont donné accès à des mesures originales d'ondes internes précieuses notamment pour affiner la modélisation numérique.

Mon travail s'est concentré sur la génération d'ondes internes sur une topographie. Ces ondes résultent de l'interaction entre trois acteurs : un **écoulement forçant périodique**, un fluide **stratifié** et la **topographie**. Ainsi, dans les simulations numériques comme dans les expériences de laboratoire, des configurations académiques inspirées par des situations océaniques typiques ont été mises en place pour étudier les processus à l'œuvre dans différents régimes de génération d'ondes internes sur une topographie. Une attention particulière a été portée sur l'efficacité de cette génération, afin de dégager les configurations favorisant les conversions entre la marée externe et la marée interne. L'identification de telles configurations vise à faciliter la localisation de régions de l'océan où le mélange induit par la marée interne est potentiellement important.

Les configurations retenues ont été associées à des approches théoriques permettant de fournir des modèles de description formels des processus observés, notamment concernant le rôle de la topographie. Cela a permis de mettre en évidence un nombre

limité de paramètres physiques adimensionnés contrôlant l'efficacité de génération d'ondes internes dans différents régimes et permettant de faire le lien avec l'échelle océanique.

### **...dans une perspective de description océanique réaliste**

Ainsi, cette thèse ne décrit pas explicitement le mélange induit par la marée interne, mais se place en amont. Les études présentées ont pour but de décrire les mécanismes de génération et de propagation d'ondes internes générées par la marée externe sur une topographie, dans le but de mieux comprendre les processus pilotant les transferts d'énergie impliqués. L'objectif à long terme dans lequel cette thèse s'inscrit est de fournir, grâce à la synergie entre expériences de laboratoire et simulations numériques directes, une paramétrisation satisfaisante des processus physiques associés à la cascade énergétique de la marée externe vers le mélange, en empruntant le canal "marée interne". Pour cela, le modèle numérique Symphonie-NH sera utilisé pour faire le lien entre ce que nous aurons appris à l'échelle du laboratoire et l'échelle océanique, par l'intermédiaire de sa version LES (Large Eddy Simulation).

### **7.2 Plan du manuscrit**

Les résultats de cette thèse sont pour la plupart présentés sous forme d'articles.

Le chapitre 1 de la thèse est consacré à la physique des ondes internes générées sur une topographie dans différents régimes. Ce chapitre vise à présenter les outils théoriques qui serviront de base à l'interprétation des résultats présentés dans les chapitres suivants. On discutera en particulier des modèles linéaires et non-linéaires d'ondes internes utilisés dans les analyses.

Le chapitre 2 présente les caractéristiques du modèle numérique utilisé, ainsi que la configuration des expériences de laboratoire et les outils de mesure.

Dans le chapitre 3, une approche expérimentale de la génération linéaire d'ondes internes sur une topographie bidimensionnelle, dans un fluide linéairement stratifié, est détaillée. Des mesures simultanées de vitesses et de densité sont utilisées pour quantifier l'énergie mécanique transportée par un rayon d'onde interne dans un cadre linéaire. L'objectif de cette étude est d'illustrer le rôle joué par la forme de la topographie sur la conversion énergétique vers la marée interne.

Les chapitres 4 et 5 sont centrés sur des régimes non-linéaires de génération d'ondes internes particulières au niveau d'une pycnocline : les ondes internes solitaires. Ces ondes quasi-interfaciales se propagent au niveau de la pycnocline océanique, couvrant potentiellement des distances de l'ordre de la centaine de kilomètres avant d'être dissipées. Nous nous intéressons, dans le chapitre 4, à la génération d'ondes internes solitaires par l'interaction d'une dorsale océanique avec la pycnocline, à l'aide de simulations numériques et d'expériences de laboratoire.

Le chapitre 5 décrit la génération d'ondes internes solitaires par l'interaction entre un rayon d'onde interne généré sur une dorsale océanique avec la pycnocline, également à partir de simulations numériques et d'expériences de laboratoire.



# Chapitre 1

## Outils théoriques pour l'étude des ondes internes de gravité

L'océan et l'atmosphère sont des fluides géophysiques soumis aux effets d'une stratification en densité et de la rotation de la Terre. Ces deux effets sont associés à des forces de rappel, permettant la propagation d'ondes à l'intérieur de ces deux fluides. Si la force de rappel à l'oeuvre est la poussée d'Archimède, on parle d'**onde interne de gravité**, s'il s'agit de la force de Coriolis, on parle d'**onde inertielle**. Dans le cas général les deux forces sont présentes, et le terme d'ondes d'**inertie-gravité** est utilisé. Les études menées dans cette thèse reposent sur des configurations où les effets de la rotation sont négligés. Ainsi, la physique des ondes inertielles n'est pas abordée dans cette section ni dans le reste de la thèse, où l'intérêt est porté sur différents régimes de propagation d'ondes internes de gravité. Dans les chapitres suivants, on utilisera pour simplifier le terme "ondes internes" pour faire référence aux ondes internes de gravité.

### 1 Modèle 0 : Mouvement vertical d'une particule fluide dans un fluide stratifié

#### 1.1 Hypothèses et équation du mouvement pour une particule fluide

Afin de comprendre comment un fluide stratifié peut permettre la propagation d'ondes, considérons l'exemple simple présenté en figure 1.1. Dans un fluide stratifié stable incompressible décrit par  $\bar{\rho}(z)$ , où  $\bar{\rho}$  est la masse volumique de référence et  $z$  est la coordonnée verticale dirigée vers le haut, une particule fluide de volume  $d\tau$  initialement à l'équilibre à  $z = z_0$ , de masse  $\bar{\rho}(z_0)d\tau$ , est déplacée à la position  $z$ , avec  $z > z_0$  dans cet exemple.

La particule fluide est soumise à son poids  $\vec{P} = \bar{\rho}(z_0)d\tau\vec{g}$  et à la poussée d'Archimède  $\vec{F}_A = -\bar{\rho}(z)d\tau\vec{g}$ . En projetant le principe fondamental de la dynamique sur l'axe vertical  $\mathbf{e}_z$ , on obtient l'équation du mouvement

$$\bar{\rho}(z)d\tau\ddot{z} = (\bar{\rho}(z) - \bar{\rho}(z_0))d\tau g. \quad (1.1)$$

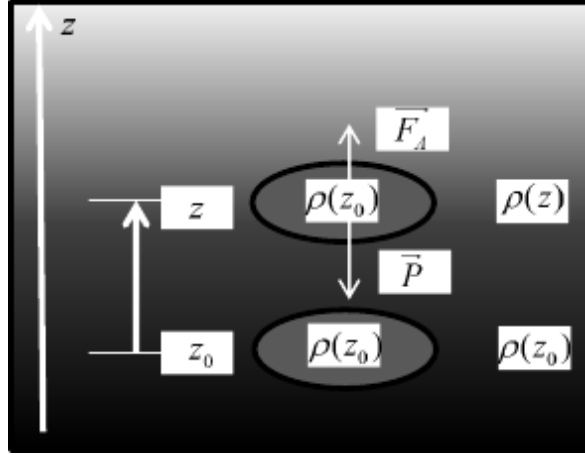


FIGURE 1.1 – Bilan des forces exercée sur une particule fluide dans un fluide stratifié

En considérant des petits déplacements, on a donc

$$\ddot{z} = \frac{g}{\bar{\rho}(z)} \frac{d\bar{\rho}(z)}{dz} z = -N^2(z)z, \quad (1.2)$$

où apparaît la pulsation de Brunt-Väisälä  $N(z)$  définie par

$$N(z) = \sqrt{\frac{-g}{\bar{\rho}(z)} \frac{d\bar{\rho}(z)}{dz}}. \quad (1.3)$$

## 1.2 Une pulsation propre d'oscillation variant avec la profondeur

L'équation (1.2) est celle d'un oscillateur harmonique dont la pulsation propre  $N$  varie avec la profondeur  $z$ , ce qui est le cas dans l'océan comme dans l'atmosphère. Pour une stratification stable ( $N(z)^2 > 0$ ), une particule fluide écartée de sa position d'équilibre va osciller autour de celle-ci, à une fréquence contrôlée par la stratification locale du fluide. Plus la stratification est forte (respectivement faible), plus la force de rappel est importante (resp. petite) et la fréquence des oscillations augmente (resp. diminue). Les oscillations propres sont amorties par la viscosité du fluide.

Dans le cas où  $N$  est constant, on obtient pour le profil de densité

$$\bar{\rho}(z) = \rho_0 \exp(-z/H_0), \quad (1.4)$$

où  $H_0 = g/N^2$  est la profondeur typique de variation de  $\bar{\rho}$ . La figure 1.2 montre un exemple de profil de densité océanique typique, dont les variations sont associées aux variations de température et salinité en fonction de la profondeur. Trois régions peuvent être distinguées dans le profil de stratification :

- dans l'océan abyssal ( $z < -100$  m), la densité varie quasi-linéairement avec la profondeur. Le maintien de ce profil est assuré principalement par le mélange diapycnal présenté en introduction.

## 1. MODÈLE 0 : MOUVEMENT VERTICAL D'UNE PARTICULE FLUIDE DANS UN FLUIDE STRATIFIÉ

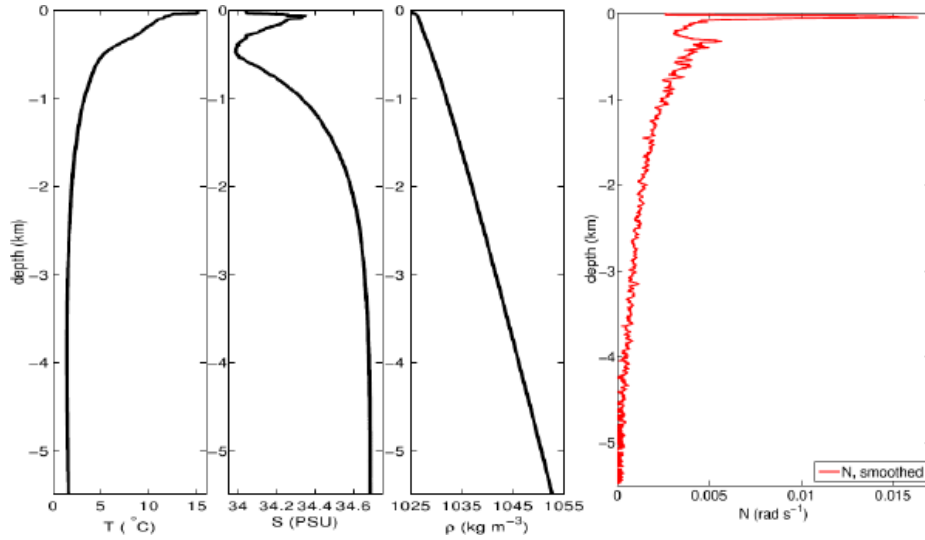


FIGURE 1.2 – Profils de température, salinité, densité, et pulsation de Brunt-Väisälä (lissé) mesurés à  $40^\circ$  N dans l’océan Pacifique. D’après Gerkema and Zimmerman [2008].

- une fine couche en surface ( $-100 < z < 0$  m) est en interaction continue avec l’atmosphère. La densité de cette couche de mélange est quasi-homogène dû au mélange induit par les échanges avec l’atmosphère (échanges de quantité de mouvement par le vent principalement, mais aussi échanges thermiques et halins).
- A l’interface entre ces deux couches réside une fine couche où la densité varie fortement : il s’agit de la pycnocline océanique, qui joue un rôle important pour la dynamique des ondes internes, dynamique que nous décrirons dans la suite.

De manière générale, la pulsation de Brunt-Väisälä varie entre  $10^{-2}$  rad/s dans la pycnocline, et  $10^{-3}$  rad/s dans l’océan abyssal, correspondant respectivement à des échelles verticales de  $H_0 = 10^5$  m et  $H_0 = 10^7$  m. Les profondeurs maximales de l’océan atteignant  $10 \text{ km} \approx 0.1H_0$ , par exemple dans la fosse des Mariannes, la linéarisation de l’équation (1.4) est une bonne approximation, ce qui revient à utiliser l’équation (21) de l’introduction pour définir  $N(z)$ . De même dans les configurations numériques et expérimentales qui seront présentées dans la suite,  $H_0$  est de l’ordre de quelques mètres, pour une profondeur typique de l’ordre de  $0.5$  m et cette approximation reste acceptable. Dans la suite du manuscrit, un profil  $N(z)$  constant correspond donc à une évolution linéaire de la densité avec la profondeur.

La structure des ondes internes dépend fortement de la stratification locale, on s’attend donc à ce que les caractéristiques de ces ondes soient assez différentes en fonction de la zone de stratification de l’océan dans laquelle elles se propagent. Dans la section 2, la physique des ondes internes est introduite pour une stratification linéaire à partir d’un modèle analytique simple. La propagation d’ondes dans ce type de stratification est l’objet du chapitre 3. Dans la section 3, nous présentons

une méthode de décomposition usuelle des ondes internes en modes d'oscillations propres du fluide stratifié, appelés "modes normaux" ou "modes propres" qui sera utilisée à plusieurs reprises dans le manuscrit. Puis, afin d'introduire la physique des ondes internes se propageant dans une pycnocline, sujet qui sera traité en détail dans les chapitres 4 et 5, nous considérons le cas limite de la propagation d'ondes à l'interface d'un fluide bicouche dans la dernière section de ce chapitre.

## 2 Modèle 1 : Equations primitives sous l'approximation de Boussinesq

Considérons un écoulement stratifié dans le référentiel terrestre. Ce référentiel est associé à un système de coordonnées cartésiennes  $(\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y, \mathbf{e}_z)$ . On appelle  $(x, y, z)$  et  $t$  les coordonnées spatiales et temporelles.  $\rho$  et  $\vec{v} = (u, v, w)$  sont les champs de masse volumique et de vitesse du fluide.

### 2.1 Approximation de Boussinesq

L'équation d'état du fluide est donnée par

$$\rho = \rho(T, S, P), \quad (1.5)$$

où  $(T, S, P)$  sont la température, la salinité, et la pression du fluide, qui dépendent des coordonnées spatiales et du temps.

L'équation de continuité pour ce fluide s'écrit :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{v}) = 0. \quad (1.6)$$

L'approximation de Boussinesq est le cadre de la description théorique des ondes internes qui suit. Elle permet de simplifier les équations primitives, dans le cas où les variations spatio-temporelles de la masse volumiques sont faibles. Cette approximation est justifiée pour décrire la dynamique des phénomènes océaniques et atmosphériques connus. Une description détaillée de cette approximation est proposée par *Cushman-Roisin and Beckers* [2011]. Nous en donnons les principales conséquences dans cette section.

On décompose la masse volumique  $\rho(x, y, z, t) = \rho_0 + \bar{\rho}(z) + \rho'(x, y, z, t)$ , où  $\rho_0 = 1000 \text{ kg/m}^3$  est la masse volumique de référence du fluide,  $\bar{\rho}(z)$  décrit la stratification du fluide au repos, et  $\rho'(x, y, z, t)$  est la perturbation par rapport à l'état d'équilibre. On décompose la pression  $P(x, y, z, t) = P_0 + \bar{P}(z) + P'(x, y, z, t)$  de la même manière :  $P_0 + \bar{P}(z)$  est la pression hydrostatique correspondant au profil de densité  $\rho_0 + \bar{\rho}(z)$ , et  $P'(x, y, z, t)$  est l'anomalie de pression nonhydrostatique.

L'approximation de Boussinesq peut se résumer en deux étapes :

1. on considère que la masse volumique du fluide varie faiblement spatialement et temporellement autour de  $\rho_0$  :  $\frac{\rho - \rho_0}{\rho_0} \ll 1$ . Les termes  $\bar{\rho}(z) + \rho'(x, y, z, t)$  sont des perturbations par rapport à  $\rho_0$ . Il s'agit de l'hypothèse anélastique qui permet de filtrer les ondes sonores. Au premier ordre en perturbation, l'équation 1.6 devient :

$$\vec{\nabla} \cdot (\bar{\rho}(z)\vec{v}) = 0 \quad (1.7)$$

2. on considère  $H/H_0 \ll 1$ , où  $H$  est la profondeur totale de l'océan et  $H_0$  a été introduit dans l'équation (1.4). Cette hypothèse est cohérente dans les configurations océaniques typiques, comme décrit dans la section précédente. Sous cette deuxième hypothèse, l'équation d'incompressibilité est déduite de (1.7) :

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{v} = 0. \quad (1.8)$$

En utilisant les équations (1.8) et (1.6), on obtient la conservation lagrangienne de la masse volumique au premier ordre :

$$\frac{D\rho}{Dt} = 0 \quad (1.9)$$

Ecrivons alors l'équation de Navier-Stokes pour l'écoulement d'un fluide visqueux newtonien, dans le référentiel terrestre en rotation, sous l'hypothèse traditionnelle<sup>1</sup> :

$$\rho \left( \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \vec{v} \cdot \vec{\nabla} \vec{v} + f \mathbf{e}_z \wedge \vec{v} \right) = -\vec{\nabla} P + \rho \vec{g} + \mu \Delta \vec{v}, \quad (1.10)$$

où  $f = 2\Omega \sin \theta$  est le paramètre de Coriolis, avec  $\Omega$  la vitesse de rotation de la Terre et  $\theta$  la latitude,  $\eta$  est la viscosité dynamique du fluide. En divisant l'équation par  $\rho$  et en utilisant à nouveau l'approximation de Boussinesq, on peut réécrire le terme de pression :

$$\vec{\nabla} P / \rho = \frac{\vec{\nabla} P}{\rho_0(1 + \frac{\bar{\rho} + \rho'}{\rho_0})} \approx \frac{\vec{\nabla}(P)}{\rho_0} \left( 1 - \frac{\bar{\rho} + \rho'}{\rho} \right). \quad (1.11)$$

En remplaçant l'équation (1.11) dans l'équation (1.10) et en conservant les termes de perturbation d'ordre le plus haut, on obtient l'équation de Boussinesq par unité de volume

$$\rho_0 \left( \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \vec{v} \cdot \vec{\nabla} \vec{v} + f \mathbf{e}_z \wedge \vec{v} \right) = -\vec{\nabla}(P') + \rho' \vec{g} + \mu \Delta \vec{v}, \quad (1.12)$$

---

1. c'est-à-dire que la composante horizontale de la force de Coriolis issue des mouvements verticaux est ignorée. Le cours de *Gerkema and Zimmerman* [2008] traite des conséquences de cette hypothèse, pertinente dans les configurations géophysiques courantes.



## 2.2 Hypothèses supplémentaires

En plus de l'approximation de Boussinesq, on effectue des hypothèses supplémentaires cohérentes avec les configurations abordées, qui permettent de simplifier la description analytique des ondes internes :

### Terme de rotation

A partir du paramètre de Coriolis  $f$ , on peut construire le nombre de Rossby  $Ro = 1/fT$ , où  $T$  est la période typique des ondes internes.  $Ro$  décrit l'importance de la rotation dans les phénomènes physiques observés.

Dans l'océan, l'ordre de grandeur de la période de forçage de la marée interne est de  $T \approx 10$  h, ce qui correspond, aux latitudes tempérées, à  $Ro \approx 0.5$ . Dans les configurations étudiées dans cette thèse à l'échelle du laboratoire, les périodes de forçage sont de l'ordre de la dizaine de secondes,  $Ro$  est de l'ordre de 200, et on peut sans surprise négliger les effets de la rotation. L'utilisation de tables tournantes permet d'obtenir en laboratoire des valeurs de  $Ro$  similaires à celles de l'océan.

### Terme de diffusion

Dans cette description théorique, on considère pour simplifier un écoulement parfait. Dans les situations étudiées dans les chapitres suivants, l'importance relative des effets diffusifs devant les autres phénomènes physiques sera discutée.

### Hypothèse bidimensionnelle

Les configurations numériques présentées sont bidimensionnelles. On se place dans un plan vertical ( $Oxz$ ) pour cette description analytique. On discutera des effets 3D induits par la nonlinéarité dans les chapitres 4 et 5.

## 2.3 Relation de dispersion et de polarisation

Dans la suite, on utilise une notation contractée pour la dérivation<sup>2</sup>. Dans le cadre des hypothèses précédentes et en linéarisant l'équation de Boussinesq, on obtient le système d'équations suivant à partir de (1.9), (1.8) et (1.12) :

$$u_t + \frac{P'_x}{\rho_0} = 0, \quad (1.13a)$$

$$w_t + \frac{P'_z}{\rho_0} - b = 0, \quad (1.13b)$$

$$b_t + wN^2 = 0, \quad (1.13c)$$

$$u_x + w_z = 0, \quad (1.13d)$$

où est définie la flottabilité  $b = -g\rho'/\rho_0$ . L'équation (1.13d) permet d'introduire une fonction courant  $\Psi(x, z)$ , telle que  $u = \Psi_z$  et  $w = -\Psi_x$ . On peut alors réduire le système d'équations (1.13), à une équation de Taylor-Goldstein pour  $\Psi$

$$(\Psi_{xx} + \Psi_{zz})_{tt} + N^2(z)\Psi_{xx} = 0. \quad (1.14)$$

---

2. par exemple,  $\frac{\partial u}{\partial t} = u_t$

## 2. MODÈLE 1 : EQUATIONS PRIMITIVES SOUS L'APPROXIMATION DE BOUSSINESQ

---

Il s'agit de l'équation d'onde des ondes internes, qui dépend de la stratification. On cherche des solutions ondulatoires à l'équation (1.14) :

$$\Psi(x, z, t) = \Re(\Psi_0 \exp(i(kx + mz - \omega t))), \quad (1.15)$$

où  $\Psi_0$  est l'amplitude complexe de l'onde, de vecteur d'onde  $\vec{k} = (k, 0, m)$  et de pulsation  $\omega$ . On obtient la relation de dispersion des ondes internes [p. ex. *Gill*, 1982] :

$$\omega^2 = N^2 \frac{k^2}{k^2 + m^2}, \quad (1.16)$$

soit :

$$\omega = \pm N \sin(\theta), \quad (1.17)$$

où  $\theta \in [0; \pi/2]$  est l'angle local entre  $\vec{k}$  et la verticale. On peut déduire les expressions des vitesses de phase et de groupe en fonction de  $\theta$ .

$$\vec{v}_\phi = \frac{N \sin \theta}{\kappa} (\sin \theta, \cos \theta), \quad (1.18a)$$

$$\vec{v}_g = \frac{N \cos \theta}{\kappa} (-\sin \theta, \sin \theta). \quad (1.18b)$$

### 2.4 Propriétés physiques des ondes internes

La relation de dispersion, ainsi que les expressions de  $\vec{v}_g$  et  $\vec{v}_\phi$  permettent de dégager plusieurs propriétés des ondes internes, outre leur caractère dispersif :

#### Anisotropie

Selon les signes de  $k$  et  $m$ , 4 directions de propagation des ondes internes sont imposées par le couple  $(\omega, N(z))$  dans le plan  $(Oxz)$ .

#### Limite en fréquence

Dans la théorie linéaire,  $N(z)$  est la limite supérieure pour la pulsation des ondes internes propagatives. Pour  $\omega > N$ , les ondes internes sont évanescentes. Dans le cas plus général des ondes d'inertie-gravité, la relation de dispersion montre également que  $f$  est une borne inférieure pour la pulsation des ondes internes propagatives.

#### Orthogonalité des vitesses de phase et de groupe

D'après les équations (1.18a) et (1.18b), on constate que les vitesses de phase et de groupe sont orthogonales : dans les ondes internes, l'énergie se propage perpendiculairement à la phase, à un angle  $\theta$  par rapport à l'horizontale. Ainsi, les composantes verticales de  $\vec{v}_g$  et  $\vec{v}_\phi$  ont toujours un signe opposé.

#### Longueur d'onde

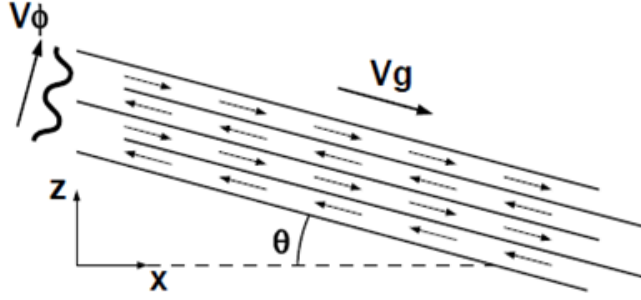


FIGURE 1.3 – Structure d'un rayon d'onde interne dans le cas d'une stratification linéaire. Les flèches dans le rayon indiquent les anomalies de vitesse. Adapté de Gostiaux [2006].

A fréquence fixée, nous avons vu que la direction de propagation de l'onde interne est imposée. Il n'y a pas de condition similaire pour la longueur d'onde, car c'est uniquement un rapport de nombre d'ondes qui intervient dans (1.16). Ainsi, c'est le générateur d'ondes internes qui va imposer la longueur d'onde. Cette propriété est fondamentale pour les discussions physiques des chapitres suivants.

Dans les configurations océaniques courantes, les ondes internes sont confinées transversalement dans une enveloppe large de quelques longueurs d'onde. Elles ont donc une structure de rayon, comme schématisé sur la figure 1.3.

Dans le chapitre 3, nous utiliserons le système d'équations (1.13) pour étudier l'énergie mécanique transportée par un rayon d'onde interne généré sur une topographie, sur une série d'expériences de laboratoire avec différentes pulsations de forçage  $\omega$  (donc différents angles de propagation  $\theta$ ).

### 3 Modèle 2 : Approches modes normaux

La relation de dispersion nous a permis de décrire des propriétés physiques spécifiques aux ondes internes. Une description alternative, introduisant les modes propres d'oscillation du fluide stratifié, est couramment utilisée pour l'analyse de la structure des ondes internes [p. ex. Gill, 1982; Gerkema and Zimmerman, 2008; Grisouard and Staquet, 2010].

#### 3.1 Hypothèses

Pour présenter ce concept analytique simplement dans le cadre linéaire, considérons les hypothèses suivantes :

1. l'océan a une profondeur finie constante  $H$
2. le déplacement de la surface libre est négligeable (toit rigide).

### 3. MODÈLE 2 : APPROCHES MODES NORMAUX

---

3. on se place dans la limite des grandes longueurs d'ondes :  $KH \ll 1$ , où  $K$  est le nombre d'onde horizontal d'un mode normal. En effet, les longueurs d'ondes horizontales dans l'océan associées aux modes les plus rapides sont de l'ordre de la centaine de kilomètres, c'est-à-dire un ordre de grandeur supérieur à la profondeur maximale de l'océan.

#### 3.2 Dérivation des modes normaux

Dérivons l'équation (1.14) par rapport à la coordonnée horizontale  $x$

$$(w_{xx} + w_{zz})_{tt} + N^2(z)w_{xx} = 0, \quad (1.19)$$

en utilisant  $w = -\Psi_x$ . Cherchons des solutions se propageant sur l'horizontale, de forme

$$w(x, z, t) = W(z) \exp(iKx - \omega t), \quad (1.20)$$

où  $K$  est le nombre d'onde horizontal, et  $\omega$  la pulsation. En injectant (1.20) dans (1.19), on obtient l'équation (1.21), décrivant la structure verticale de l'onde

$$W_{zz} + K^2 \frac{N^2(z) - \omega^2}{\omega^2} W = 0, \quad (1.21)$$

Cette équation est associée aux conditions aux limites sur le fond et à la surface libre :

$$W(0) = W(-H) = 0. \quad (1.22)$$

Les équations (1.21) et (1.22) forment un problème de Sturm-Liouville, admettant des couples de solutions  $(W_n, K_n)$  discrets : l'océan stratifié joue le rôle d'un guide d'ondes pour ces modes propres<sup>3</sup> se propageant à des vitesses différentes. Ces modes propres constituent une base de projection des ondes internes.

#### 3.3 Propriétés physiques des modes normaux

##### Cas d'un fluide linéairement stratifié : $N(z)$ constant

Des solutions analytiques de l'équation 1.21 peuvent être obtenues en particulier dans le cas simple d'un fluide linéairement stratifié :  $N(z) = N_0$ . Dans ce cas, l'équation 1.21 est celle d'un oscillateur harmonique simple, dont les solutions ont pour forme

$$W_n(z) = W_{0,n} \sin m(z + H), \quad (1.23a)$$

$$\text{avec } m^2 = \frac{K^2(N_0^2 - \omega^2)}{\omega^2} \quad (1.23b)$$

$$\text{et } mH = n\pi, \text{ où } n \in \mathbb{N}^*. \quad (1.23c)$$

---

3. ces modes étant orthogonaux, on utilise indifféremment les termes de modes propres et modes normaux pour y faire référence.

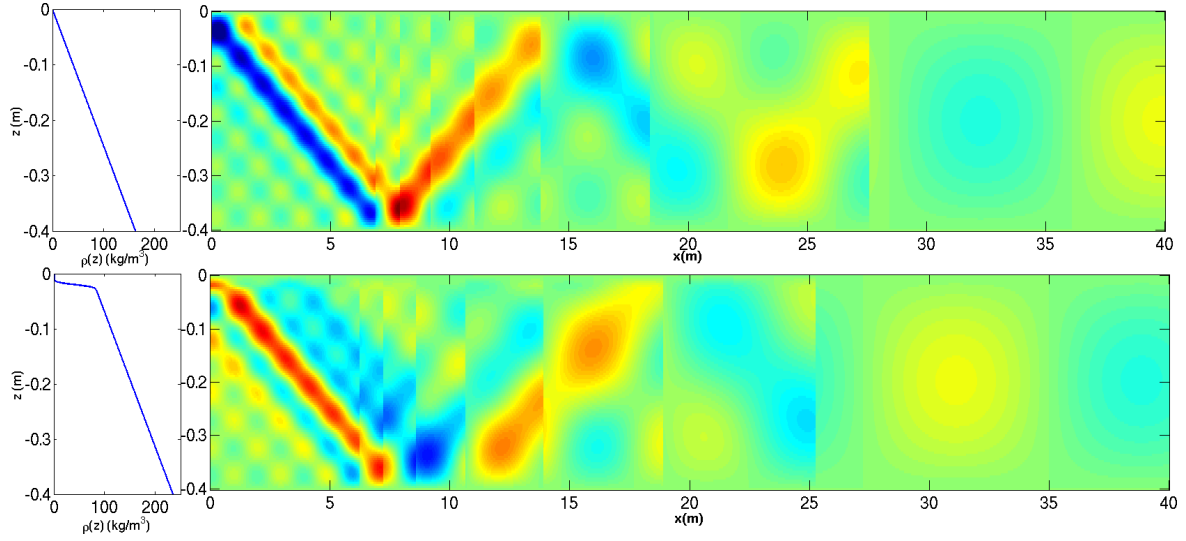


FIGURE 1.4 – *Superposition des huit premiers modes normaux pour la vitesse verticale  $w$  se propageant vers la droite, pour une stratification linéaire (figure du haut), et une stratification de type océanique (figure du bas), après  $4 T$ , avec  $T = 60$  s. Les valeurs de stratification choisies sont typiques des configurations étudiées dans les chapitres suivants.*

Dans la limite des grandes longueurs d'ondes, les modes propres sont non-dispersifs et ont pour vitesse de propagation

$$v_{g,n} = v_{\phi,n} = \pm \frac{N_0 H}{n\pi}. \quad (1.24)$$

Dans le cas idéalisé d'un océan linéairement stratifié à  $N_0 = 10^{-3}$  rad/s, et de profondeur  $H = 5000$  m, on trouve une vitesse de propagation typique de 1.5 m/s pour le premier mode propre, puis de 0.75 m/s, 0.5 m/s, 0.37 m/s, pour les modes propres suivants. En comparaison, les vitesses de phase et de groupe des ondes internes sont de l'ordre de 1 cm/s.

De manière assez contre-intuitive la superposition d'ondes non dispersives se propageant rapidement sur l'horizontale conduit à la formation d'ondes internes transverses dispersives, dont les vitesses de groupe et de phase associées sont beaucoup plus faibles.

### Cas général : $N(z)$ quelconque

Dans le cas plus général d'une stratification variable  $N(z)$ , le profil  $W(z)$  des modes normaux s'écarte du profil sinusoïdal, et la structure des ondes internes devient plus complexe.

La figure 1.4 illustre cette approche en mode normaux en donnant le champ résultant de la superposition de huit modes propres propagatifs correspondant à un profil de densité linéaire en haut et un profil bicouche plus proche d'une configuration

océanique en bas. Dans les deux cas, la vitesse de propagation décroît avec l'ordre du mode : le mode 1, présentant un seul lobe est le plus rapide, suivi des modes 2, 3, 4 et supérieurs. Les rayons ne sont pas encore formés dans la partie droite des figures parce que le nombre de modes normaux ayant eu le temps de se propager depuis la partie gauche jusqu'à cette zone est insuffisant.

Dans le cas d'une stratification linéaire, la structure du rayon d'onde interne s'affine progressivement au fur et à mesure de la superposition des modes, tout en gardant un angle constant par rapport à l'horizontale. Dans le cas d'une stratification océanique, on remarque un changement d'angle du rayon au niveau de la pycnocline, et un rayon d'onde interne plus large que pour une stratification linéaire. Comme nous le verrons dans le chapitre 5, cet élargissement dont l'origine est purement linéaire joue un rôle important dans la génération d'ondes interfaciales par interaction d'un rayon d'ondes internes avec la pycnocline.

## 4 Modèle 3 : Ondes internes dans la pycnocline

### 4.1 Régime linéaire

A la fin de la section précédente, nous avons considéré le cas particulier d'une stratification linéaire sur toute la profondeur du fluide. Cette schématisation permet de décrire correctement la structure des ondes internes se propageant dans l'océan profond, où la densité varie continûment. Or, dans l'océan superficiel se trouve une zone de gradient vertical de densité important : la pycnocline. Elle marque la séparation entre la couche de mélange océanique de densité quasi-constante, et l'océan intérieur. Dans cette fine couche de fluide où la stratification est plus marquée, l'énergie des ondes internes est contrainte de se propager quasiment horizontalement, les limites supérieures et inférieures de cette zone fortement stratifiée jouant le rôle d'un guide d'ondes. Pour décrire simplement les propriétés physiques des ondes internes se propageant dans la pycnocline, d'épaisseur négligeable devant la profondeur de l'océan, on peut se placer dans la limite d'une pycnocline d'épaisseur nulle.

### Hypothèses

Dans cette limite, les ondes internes se propagent horizontalement, à l'interface d'un fluide bicouche. Dans un premier temps, on s'intéresse à la propagation linéaire des ondes internes, qui provoque un déplacement harmonique de l'interface. Le déplacement interfacial est décrit par  $\eta(x, t) = \Re(\eta_0 \exp(i(Kx - \omega t))) \ll h_1, h_2$ , où  $\eta$  est la position de l'interface par rapport à sa position au repos,  $h_1$  et  $h_2$  sont les profondeurs respectives de la couche supérieure et de la couche inférieure du fluide.

On considère de plus que la densité dans les deux couches est constante, avec un saut de densité  $\Delta\rho$  dans une pycnocline d'épaisseur nulle comme schématisé sur la figure 1.5. D'autre part, nous utilisons les mêmes hypothèses que dans la section précédente : profondeur de l'océan  $H$  constant, hypothèse du toit rigide, et ondes longues  $KH \ll 1$ .

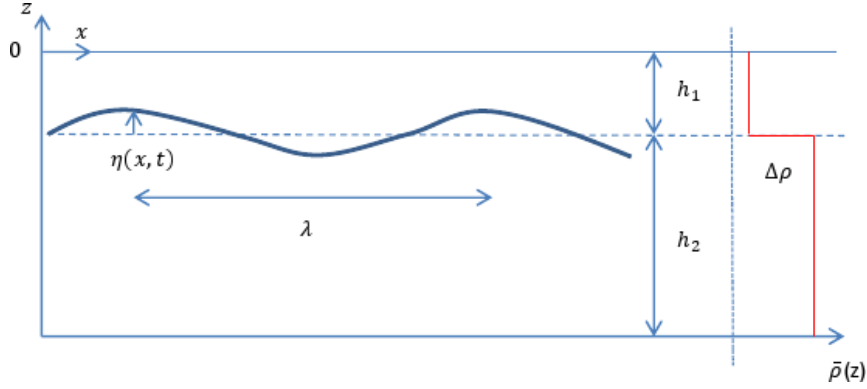


FIGURE 1.5 – Configuration adoptée pour la description d'ondes internes interfaciales

### Relation de dispersion

Pour cette configuration, *Gerkema and Zimmerman* [2008] utilisent la méthode des modes normaux avec un profil de densité bicouche pour aboutir à la relation de dispersion des ondes interfaciales pour les ondes longues dans le cadre linéaire

$$\omega^2 = c^{*2} K^2 \left( 1 - \frac{1}{6} h_1 h_2 K^2 \right), \quad (1.25)$$

avec

$$c^* = \sqrt{g \frac{\Delta \rho}{\rho_0} \frac{h_1 h_2}{H}}, \quad (1.26)$$

la vitesse de propagation des ondes interfaciales longues. L'expression de  $c^*$  est formellement proche de celle de la vitesse de propagation des ondes de surface  $c_s = \sqrt{gH}$ , en remplaçant  $g$  et  $H$  par une gravité réduite  $g' = g\Delta\rho/\rho_0$  et une profondeur réduite  $H' = h_1 h_2 / H$ . Dans les configurations océaniques,  $h_1 \ll H$ , l'expression  $c^* \approx \sqrt{g'h_1}$  est une bonne approximation de la vitesse des ondes interfaciales. Pour des valeurs océaniques typiques de  $g' = 0.01 \text{ m.s}^{-2}$  et  $h_1 = 100 \text{ m}$ ,  $c^* \approx 1 \text{ m/s}$  : les ondes interfaciales sont très lentes devant les ondes de surface, qui se propagent à des vitesses de l'ordre de 200 m/s.

On constate de plus dans l'équation (1.25) que les ondes interfaciales sont dispersives : cette propriété est fondamentale car, comme nous allons le montrer dans la section suivante, elle permet l'existence d'un régime d'ondes internes interfaciales non-linéaires particulièrement stables : les ondes internes solitaires.

## 4.2 Ondes internes solitaires

### Observation et impact des ondes solitaires dans l'océan

Dans la pycnocline, les ondes internes sont susceptibles de se propager sur une plage de fréquences beaucoup plus large que dans l'océan intérieur. En effet, en appelant  $N_p$  la fréquence de Brunt-Väisälä maximale dans la pycnocline et  $N_0$  dans

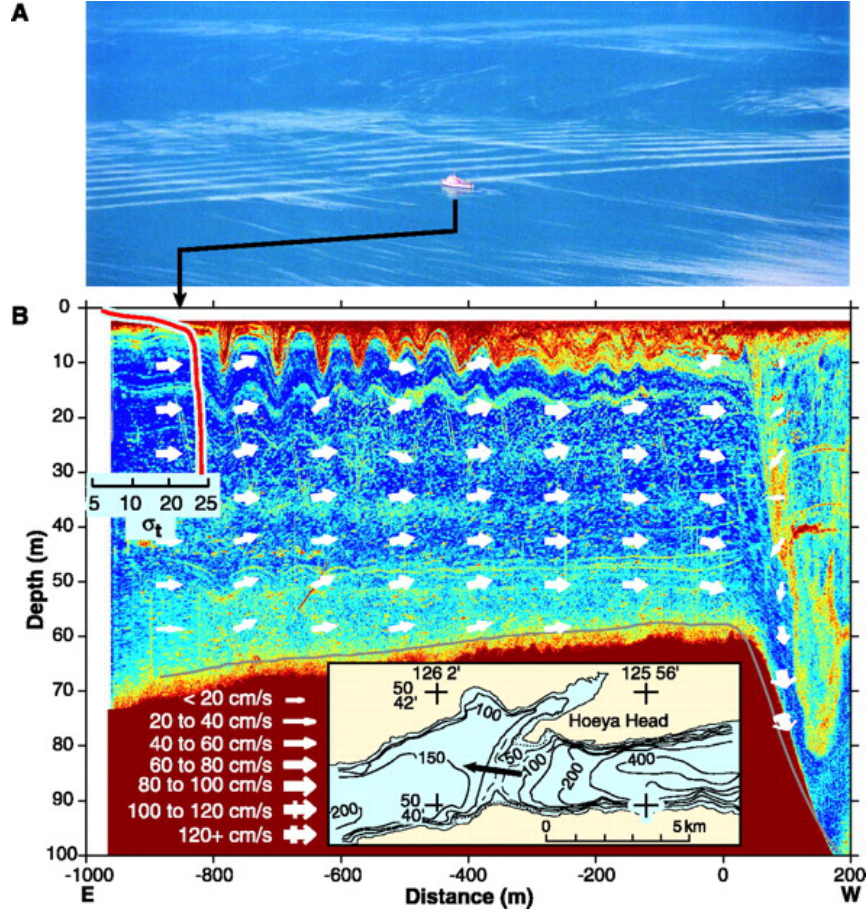


FIGURE 1.6 – A. Photographie aérienne du C.S.S Vector sur le point de traverser un groupe d'ondes solitaires dans l'anse de Knight inlet, Colombie Britannique. B. Mesures ADCP du train de solitons correspondant, se propageant dans la pycnocline. D'après Farmer and Armi [1999].

l'océan profond<sup>4</sup>, les ondes internes de pulsation  $N_0 < \omega < N_p$  sont propagatives dans la pycnocline, et évanescentes dans la couche de mélange et la couche profonde. Ces ondes sont alors piégées dans la pycnocline. Ainsi, la pycnocline est un support privilégié pour la propagation d'ondes internes non-linéaires, dont le spectre comprend la pulsation du forçage d'origine  $\omega$ , mais aussi les harmoniques supérieures :  $(2\omega, 3\omega, \dots)$ , qui peuvent être piégées dans la pycnocline et s'y propager.

Un régime particulier d'ondes internes interfaciales non-linéaires a été mesuré de manière quantitative dans les océans du globe : les ondes internes solitaires. Les ondes solitaires sont observées dans d'autres domaines de la physique, comme décrit dans l'ouvrage de Dauxois & Peyrard (2006)<sup>5</sup>, et présentent une remarquable stabilité. Dans la suite, le terme d'"ondes solitaires" est utilisé, en omettant de préciser le terme "internes".

4. le rapport  $N_p/N_0$  étant de l'ordre de 10, dans l'océan

5. propagation de signaux électriques, oscillation de brins d'ADN, écoulements sanguins.



A l'échelle océanique, les mesures de température par CTD<sup>6</sup>, de vitesse par ADCP<sup>7</sup>, et plus récemment les observations satellitaires ont révélé que ces ondes solitaires peuvent se propager sur des centaines de kilomètres dans la pycnocline avant de déferler. Elles se propagent sous la forme de trains de dépressions dans la pycnocline, ordonnées par profondeur décroissante. Les ondes solitaires les plus intenses peuvent atteindre des profondeurs de 200 m pour les dépressions les plus creusées. La figure 1.6 montre un exemple de mesures d'ondes internes solitaires dans l'océan par mesure ADCP. La photographie montre la marque en surface de ces ondes solitaires. Ces ondes non-linéaires ont de multiples impacts physiques et biologiques, principalement dans la pycnocline mais également dans l'océan intérieur :

- Les ondes solitaires sont susceptibles de modifier les propriétés de la couche de mélange (profondeur, densité), en provoquant un mélange supplémentaire à la base de celle-ci, par exemple lorsqu'elles déferlent. Une description correcte de cet effet est nécessaire pour bien représenter l'évolution de la couche de mélange océanique dans les modèles numériques [p. ex. *Kantha and Clayson*, 1994]. Elle est donc importante également pour les modèles de prévision du temps et du climat puisque la couche de mélange océanique conditionne les échanges océan-atmosphère.
- les forts courants et cisaillements associés à ces ondes sont également un danger potentiel pour les opérations en mer, par exemple les opérations de forage pétroliers [*Hyder et al.*, 2005].
- les vitesses verticales importantes associées à ces ondes peuvent provoquer une redistribution du plancton dans la couche de mélange [*Lai et al.*, 2010].
- enfin ces ondes solitaires peuvent indirectement impacter le mélange diapycnal induit par les ondes internes dans l'océan profond. En effet, nous verrons dans la suite qu'un des processus de génération d'ondes solitaires est associé à une forte déstructuration des rayons d'ondes internes dans l'océan intérieur. La dynamique de ces dernières en aval de la zone de génération est affectée par ce processus.

### Un équilibre entre les effets non-linéaires et dispersifs

Pour mettre en évidence les mécanismes à l'origine de la remarquable stabilité des ondes solitaires, considérons la vitesse de phase  $c(K)$  obtenue pour les ondes longues se propageant vers la droite, à partir de (1.25) :

$$c(K) = c^* \left( 1 - \frac{1}{6} h_1 h_2 K^2 \right). \quad (1.27)$$

Les effets nonhydrostatiques sont la cause de cette dispersion : dans la limite hydrostatique, correspondant à  $KH \rightarrow 0$ , le terme dispersif disparaît. On constate de plus que les ondes longues se propagent plus rapidement que les ondes courtes. Ainsi,

---

6. acronyme de Conductivity, Temperature, Depth

7. acronyme de Acoustic Doppler Current Profiler

#### 4. MODÈLE 3 : ONDES INTERNES DANS LA PYCNOCLINE

---

considérons une onde interfaciale de profil initial quelconque  $\eta(x, 0)$  décrite par sa transformée de Fourier  $F(K)$  :

$$\eta(x, 0) = \int_{-\infty}^{+\infty} F(K) e^{iKx} dK. \quad (1.28)$$

Au bout d'un temps  $t$ , la déformation aura pour expression

$$\eta(x, t) = \int_{-\infty}^{+\infty} F(K) e^{iK(x - c(K)t)} dK. \quad (1.29)$$

Ainsi, la déformation initiale est spatialement dispersée : les ondes longues plus rapides se placent en amont de la déformation, tandis que les ondes courtes plus lentes se situent à la queue de la déformation, qui s'étire progressivement. A partir de l'expression de la vitesse de phase 1.27, on peut retrouver l'équation d'évolution de l'onde interfaciale par transformée de Fourier inverse :

$$\eta_t + c^* \eta_x + \frac{1}{6} c^* h_1 h_2 \eta_{xxx} = 0. \quad (1.30)$$

Les effets dispersifs seuls ne permettent pas la propagation d'ondes stables dans la pycnocline. Au contraire, ils provoquent un étalement progressif de l'onde associée à une décroissance en amplitude.

Dans la dynamique des ondes solitaires, ces effets sont en concurrence avec la nonlinéarité des ondes interfaciales, qui causent un raidissement de l'onde. Pour mettre en évidence cet effet de manière simple, considérons de manière heuristique l'expression de la vitesse de phase  $c^*$ , dans le cas où le déplacement interfacial n'est plus négligeable : dans ce cas, les profondeurs locales des couches supérieures et inférieures sont respectivement  $h_1 - \eta$  et  $h_2 + \eta$ . En remplaçant  $h_1$  et  $h_2$  par ces deux grandeurs dans 1.26, on obtient après un développement limité en  $\eta$  :

$$c_{NL}^* = c^* \left( 1 + \eta \frac{h_1 - h_2}{2h_1 h_2} \right), \quad (1.31)$$

où la vitesse  $c_{NL}^*$  est l'expression de la vitesse de phase des ondes interfaciales au premier ordre en  $\eta$ . Ainsi, en plus de l'advection linéaire à la vitesse  $c^*$ , un terme d'advection non-linéaire, d'amplitude proportionnelle à  $\eta$  apparaît dans cette dérivation.

On peut vérifier de manière analytique que le produit  $\eta(h_1 - h_2)$  est toujours supérieur à 0, comme observé dans l'océan (*cf.* figure 1.6) : l'onde solitaire forme un creux dirigé vers la couche la plus profonde. Ainsi,  $c_{NL}^* > c^*$  et croît avec  $|\eta|$  : si on considère une déformation initiale symétrique  $\eta(x, 0)$ , la dépression maximale va rattraper l'amont de la déformation : le terme non-linéaire provoque un raidissement progressif de l'onde. Si ce raidissement n'est pas compensé par un étalement de l'onde, le profil de densité devient localement instable et l'onde déferle. Cet étalement est provoqué par les effets dispersifs décrits précédemment. La stabilité d'une onde solitaire résulte alors de l'équilibre entre deux effets :

- la **non-linéarité**, qui provoque un raidissement de l'onde,
- et la **dispersion**, qui stabilise le front d'onde.

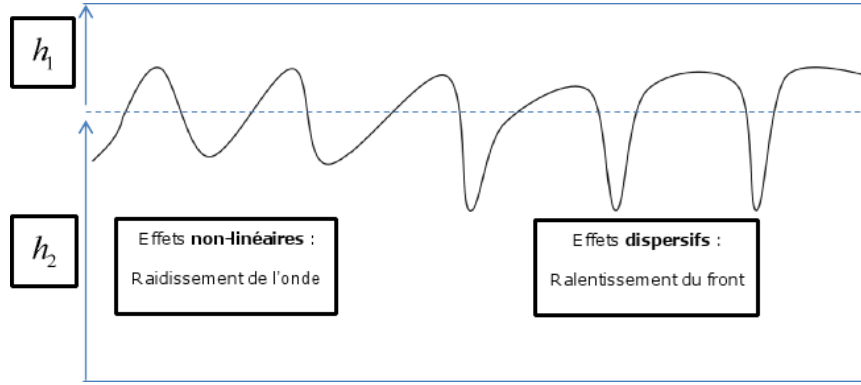


FIGURE 1.7 – Mécanisme séquentiel de formation d'une onde solitaire.

La figure 1.7 décompose de manière séquentielle (fictive) la formation d'une onde solitaire. Tout d'abord, les effets non-linéaires provoquent un raidissement de l'onde interfaciale. Dans un second temps, le caractère dispersif de l'onde permet de stabiliser le front formé : des ondes formées d'une alternance de dépressions pentues et de plateaux se propagent dans la pycnocline.

Dans la plupart des situations océaniques, on observe rarement une seule onde solitaire par période de marée. Les effets dispersifs sont trop faibles pour compenser la non-linéarité d'une seule onde, qui se désintègre alors en un train d'ondes solitaires ordonnées par profondeur décroissante, comme observé dans la figure 1.6. Pour chaque onde solitaire de ce train, l'équilibre local entre les effets non-linéaires et dispersifs est réalisé.

Dans la configuration présentée en 1.5, Diederik Johannes Korteweg et son doctorant Gustav de Vries introduisent en 1894 l'équation de Korteweg-de Vries (KdV), qui décrit la propagation d'ondes solitaires à l'interface d'un bicouche tel que présenté dans la figure 1.5 :

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + c^* \frac{\partial \eta}{\partial x} + \frac{3}{2} \frac{h_1 - h_2}{h_1 h_2} c^* \eta \frac{\partial \eta}{\partial x} + \frac{1}{6} h_1 h_2 c^* \frac{\partial^3 \eta}{\partial x^3} = 0. \quad (1.32)$$

On reconnaît respectivement dans le troisième et le quatrième terme de cette équation l'expression de l'advection non-linéaire et de la dispersion non-hydrostatique. Cette équation sera utilisée dans le chapitre 4, afin de comparer la forme des ondes obtenues dans les simulations numériques, et les solutions d'un modèle KdV. Ce modèle théorique est le plus simple permettant de décrire la dynamique des ondes solitaires. Cependant, il repose sur des hypothèses trop restrictives (fond plat, densité constante dans les 2 couches) pour décrire l'ensemble des mécanismes associés aux ondes solitaires océaniques. La prise en compte des termes d'ordre supérieurs en perturbation est souvent nécessaire en regard des amplitudes atteintes par les ondes solitaires. De plus, des descriptions plus complètes sont nécessaires pour prendre en compte les effets induits par la topographie et la radiation d'énergie dans la couche profonde linéairement stratifiée. Ces effets seront étudiés dans les chapitres 4 et 5 grâce aux outils numériques et expérimentaux présentés dans le chapitre 2 pour deux types de générations d'ondes solitaires océaniques que nous introduisons brièvement

ci-dessous.

### 4.3 Deux types de génération

Nous venons de décrire la dynamique des ondes solitaires dans la pycnocline océanique. Deux processus de génération d'ondes solitaires par la marée sont possibles.

#### Génération primaire

Le premier processus fait intervenir l'interaction directe entre la marée barotrope et la topographie. Lorsque la marée barotrope rencontre une topographie abrupte, dont le sommet est à quelques centaines de mètres de la surface libre, des courants verticaux intenses, de l'ordre de 1 m/s sont générés à proximité de la pycnocline. Ces courants périodiques provoquent l'émission d'ondes internes interfaciales d'amplitude variant typiquement entre 10 m et 100 m, de part et d'autre de la topographie. Si les conditions sont favorables, l'équilibre entre les effets nonlinéaires et dispersifs permet l'évolution de ces structures en train d'ondes solitaires.

On parlera de génération primaire pour faire référence à ce mécanisme, qui a lieu directement au-dessus de la topographie. Des ondes solitaires générées par ce mécanisme ont été observées dans tous les océans du globe. Pour une description des mesures océaniques réalisées, le lecteur pourra se référer aux articles concernant le sud de la mer Celtique [Pingree and Mardell, 1985], la baie du Massachussetts [Halpern, 1971] et la mer de Sulu [Apel et al., 1985]. La thèse de Gerkema [1994] propose un modèle théorique décrivant la génération primaire d'ondes solitaires, incluant les effets de rotation et la forme de la topographie. L'auteur met notamment en évidence que le talus de Pearl Bank est nécessaire pour permettre la génération d'ondes interfaciales dans la mer de Sulu (figure 4.14 de son manuscrit de thèse). Ce résultat, entre autres choses, a inspiré l'étude proposée au chapitre 4, portant sur le contrôle topographique de la génération primaire d'ondes solitaires.

#### Génération locale secondaire

Plus récemment, un processus de génération différent a été dégagé par New and Pingree [1990, 1992], à partir des mesures réalisées dans le golfe de Gascogne. Dans ce cas, des mesures satellitaires plus récentes ont confirmé que ces ondes solitaires sont générées à une distance excédant 150 km du plateau continental [New and Da Silva, 2002]. En étudiant la trajectoire du rayon d'onde interne généré vers le bas sur le talus continental, New and Pingree [1990, 1992] ont montré que la zone de génération de ces ondes solitaires coïncide avec la zone d'impact du rayon. Ainsi, les vitesses verticales induites localement par l'impact du rayon provoquent l'émission d'ondes solitaires, se propageant dans le même sens que la phase du rayon d'onde interne.

Les auteurs ont adopté le terme de "génération locale" pour ce processus, également observé dans le sud du Golfe de Gascogne [Azevedo et al., 2006] et dans le détroit du Mozambique [Da Silva et al., 2009]. Dans la suite du manuscrit, nous utiliserons le terme de "génération secondaire" pour faire référence à ce processus, par opposition au processus de génération primaire.

La génération secondaire provoque la formation d'ondes solitaires se propageant sur des distances plus courtes que pour la génération primaire. En effet, une différence importante entre la génération primaire et la secondaire est que la stratification de la couche inférieure permet des transferts d'énergie entre les ondes solitaires se propageant à la pycnocline, et les ondes internes se propageant dans l'océan intérieur stratifié. Cela provoque une diminution progressive de l'amplitude de l'onde interfaciale.

Différentes études théoriques [p. ex. *Gerkema*, 2001; *Akylas et al.*, 2007], numériques [p. ex. *Grisouard et al.*, 2011; *Grisouard and Staquet*, 2010], et expérimentales [p. ex. *Delisi and Orlanski*, 1975; *Mercier et al.*, 2012] ont permis d'améliorer la description du mécanisme de génération secondaire. Elles ont montré qu'une pycnocline modérée<sup>8</sup> favorise la génération secondaire d'ondes solitaires. Dans le chapitre 5, nous étudions ce processus de génération secondaire et cherchons à unifier, pour les deux types de génération, les critères permettant de prévoir si les conditions sont favorables à la formation d'ondes solitaires.

La figure 1.8 résume les processus de génération primaire et secondaire dans une configuration océanique typique, et permet d'introduire trois paramètres adimensionnés importants dans la suite du manuscrit :

- $\gamma = \frac{c^*}{N_0 H}$  décrit l'"intensité" du saut de densité dans la pycnocline relativement à la stratification de la couche inférieure<sup>9</sup>. Une interprétation géométrique simple de  $\gamma$  est présentée sur le schéma 1.8 :  $\gamma = \sqrt{S_A/S_B}$ , où  $S_A$  et  $S_B$  sont les aires, en coordonnées  $\rho, z$  des rectangles oranges.
- $\epsilon = \frac{A h_0}{\lambda_r H}$  décrit la non-linéarité des ondes internes générées. Une topographie pentue et proche de la pycnocline favorise l'apparition d'effets non-linéaires.
- $\delta = \left(\frac{H\omega}{c^*}\right)^2$ , avec  $\omega = 2\pi/T$  décrit les effets dispersifs dans l'onde interfaciale. Dans la limite hydrostatique (ondes longues),  $\delta \rightarrow 0$ .

## 5 Conclusion

Dans ce chapitre, des modèles analytiques permettant de décrire la propagation d'ondes internes dans différents régimes de stratification et de linéarité ont été présentés. Ils ont permis de discuter des propriétés physiques des ondes internes dans ces différents régimes, et serviront de base à l'interprétation des résultats dans les chapitres suivants.

Les paramètres  $\gamma$  et  $\epsilon$  permettent de délimiter les trois régimes étudiés dans les chapitres 3, 4 et 5. Ces différents régimes et les gammes de paramètres associés sont présentés dans le tableau 1.1.

Le chapitre suivant présente deux modèles de nature différente, qui ont constitué mes outils de travail principaux au cours de la thèse. Il s'agit de la simulation numérique et de la simulation physique dont la complémentarité nous a permis d'explorer ces régimes dans une large gamme de paramètres.

<sup>8</sup>. c'est-à-dire ni trop marquée, ni trop faible devant la stratification de la couche inférieure.

<sup>9</sup>. dans le cas d'un fluide bi-couche formé de deux couches homogènes,  $\gamma \rightarrow +\infty$ , dans le cas d'un fluide linéairement stratifié  $\gamma = 0$

## 5. CONCLUSION

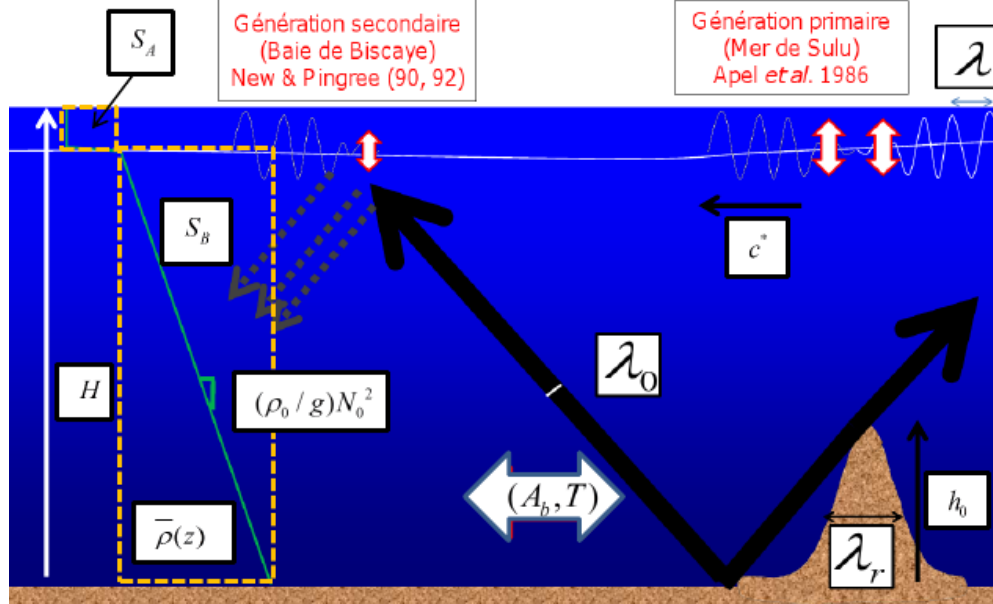


FIGURE 1.8 – Schéma de la génération primaire et secondaire d'une onde solitaire dans l'océan.  $S_A$  et  $S_B$  sont les aires des surfaces encadrées en rouge.  $\lambda$ ,  $\lambda_0$ ,  $\lambda_r$  et  $h_0$  sont la longueur d'onde interfaciale, la longueur d'onde de rayon d'onde interne, la largeur typique de la dorsale, et la hauteur du mont, respectivement.  $A_b$  et  $T$  sont l'amplitude typique et la période de forçage par la marée barotrope. Les flèches noires schématisent les trajectoires des ondes internes dans l'océan intérieur.

chapitre	gamme de paramètres	régime
3	$\epsilon \ll 1, \gamma = 0$	rayons d'ondes internes linéaires
4	$\epsilon \approx 0.1, \gamma \rightarrow +\infty$	génération primaire d'ondes solitaires
5	$\epsilon \approx 0.02, \gamma \approx 1$	génération secondaire d'ondes solitaires

TABLE 1.1 – Régimes d'ondes internes abordés dans les chapitres suivants.



## Chapitre 2

# Simulation numérique et étude expérimentale des ondes internes de gravité

Après avoir introduit divers modèles analytiques d’ondes internes dans le chapitre 1, je présente dans ce chapitre les modèles numériques et expérimentaux. Ces deux modèles, comme les précédents, permettent d’étudier ces ondes sur une gamme étendue, mais finie, de paramètres physiques. Une étude complémentaire reposant sur la mise en commun des simulations numériques, avec le modèle Symphonie-NH, développé au laboratoire d’Aérodynamique, et des expériences de laboratoire avec les installations du laboratoire de simulation physique du CNRM-GAME, permet une description quantitative des différents régimes d’ondes internes présentés dans le chapitre 1.

### 1 Synergie entre simulations numériques et expériences de laboratoire

La réalisation en parallèle de mesures expérimentales à haute résolution spatio-temporelle, et de simulations numériques directes sert plusieurs objectifs :

#### Evaluation du modèle

La réalisation de simulations numériques directes et d’expériences de laboratoire sur des configurations physiques identiques permet d’évaluer la pertinence des hypothèses sous-jacentes au modèle numérique. Cette évaluation est effectuée pour une des expériences présentées dans le chapitre 3 sur les variables de densité et de vitesse [Dossmann, 2009]. La comparaison s’avère concluante et permet l’utilisation du modèle dans cette configuration. Dans d’autres configurations, certaines hypothèses du modèle numérique utilisé (écoulement bidimensionnel, approximation de Boussinesq) sont potentiellement restrictives. Les expériences de laboratoire permettent alors d’évaluer les conditions de validité de ces hypothèses.

#### Définition de configurations expérimentales



Un des atouts de la simulation numérique est la possibilité de tester aisément différentes valeurs de paramètres. Cela est exploité pour définir les configurations des expériences de laboratoire avec plus de précision que ne l'aurait permis une étude théorique et avec plus d'efficacité que ne l'aurait permis une étude purement expérimentale. En particulier, la forme et les caractéristiques de la topographie utilisée pour les expériences présentées dans les chapitres 4 et 5 ont été définies à l'aide de simulations numériques.

### Exploration d'une large gamme de régimes

Certains régimes non-linéaires, importants pour la compréhension des processus physiques dans l'océan, nécessitent une augmentation conséquente des résolutions temporelles et spatiales dans les simulations numériques. Les ressources informatiques associées deviennent alors trop importantes pour qu'il soit réellement possible d'étudier ces régimes par simulation numérique. De la même façon, des contraintes techniques sont présentes dans les expériences de laboratoire et imposent certaines limites. La mise en commun des deux outils contribue à élargir la plage de régimes dynamiques qu'il est possible d'aborder.

### Paramétrisation des processus sous-maille dans le modèle numérique

Les résultats numériques présentés dans cette thèse sont issus de simulations directes, c'est-à-dire sans schéma de paramétrisation des processus à petite échelle. Il est alors nécessaire d'utiliser des résolutions millimétriques pour modéliser fidèlement la dynamique des ondes internes à l'échelle du laboratoire. L'outil numérique Symphonie-NH permet également de réaliser des simulations à l'échelle océanique associée à des tailles de domaines beaucoup plus grandes. Il est dans le cas des configurations océaniques nécessaire d'utiliser des mailles kilométriques et de paramétriser les processus sous-mailles, dans une version LES<sup>1</sup> du modèle numérique. Ces paramétrisations empiriques peuvent être testées et améliorées par la comparaison entre expériences de laboratoire et simulations numériques dégradées en mode LES, à l'échelle du laboratoire. Cette étude n'a pas été directement menée au cours de cette thèse, mais elle en a constitué une des motivations.

## 2 Le modèle numérique Symphonie-NH

### 2.1 Hypothèses et spécificités du modèle

Les simulations numériques étudiées dans cette thèse ont été réalisées avec la version non-hydrostatique du modèle d'océanographie côtière Symphonie. Le modèle repose sur la résolution d'équations primitives dans l'approximation de Boussinesq associées à une équation d'état  $\rho(T, S)$ . Les études réalisées par *Floor* [2009] et *Floor et al.* [2011], ont montré la conservation des flux énergétiques associés aux ondes internes dans la version DNS sans paramétrisations<sup>2</sup> du modèle Symphonie-NH.

---

1. LES : Large Eddy Simulation

2. DNS : Direct Numerical Simulation

## 2. LE MODÈLE NUMÉRIQUE SYMPHONIE-NH

---

Le modèle est composé d'un noyau hydrostatique [Marsaleix *et al.*, 2008] et d'un noyau non-hydrostatique [Auclair *et al.*, 2011]. C'est ce dernier qui a été utilisé dans les simulations numériques présentées. Des outils d'analyse en ligne et de post-traitement (ondelettes, décomposition en valeurs singulières) sont disponibles. Le modèle Symphonie-NH peut être couplé avec un module de transport sédimentaire [Ulses *et al.*, 2008] et un module biogéochimique.

Le déplacement de la surface libre est explicitement représenté dans le modèle. Sur le fond, des conditions aux limites de glissement ou au contraire de non-glissement peuvent être choisies. Afin de faciliter la comparaison avec les expériences de laboratoire, dans lesquelles le forçage est réalisé par l'oscillation de la topographie, une version du modèle à bathymétrie mouvante a été développée. Suivant la configuration étudiée, le choix de frontières latérales ouvertes ou fermées peut être fait.

Le modèle est parallélisé via la bibliothèque MPI, en divisant le domaine de longueur  $L$  sur l'horizontale, en sous-domaines de tailles égales.

### 2.2 Discrétisation spatiale et temporelle

#### Discrétisation spatiale

Un schéma en différences finies centré sur une grille Arakawa-C est utilisé pour la discrétisation des équations du modèle. Une discrétisation régulière est adoptée sur l'horizontale. Afin de s'adapter à des topographies complexes et aux variations de la surface libre, une coordonnée  $s(x, z, t)$ , bien adaptée à l'étude des effets topographiques sur la dynamique océanique, est utilisée sur la verticale et  $s$  est définie par

$$s(x, z, t) = \frac{H(x, t) + z}{H(x, t) + \eta(x, t)}, \quad (2.1)$$

où  $H(x, t)$  et  $\eta(x, t)$  sont respectivement la profondeur de l'océan et le déplacement de la surface libre, mesurés par rapport à la position moyenne de la surface libre. Les niveaux  $s$  varient donc entre 0 sur le fond et 1 à la surface libre. La figure 2.1 montre un exemple de ligne iso- $s$  dans le cas d'une topographie non-plane et d'une surface libre.

La grille Arakawa-C sur la verticale peut être décomposée en mailles, comme présenté sur la figure 2.2. Les variables  $(\rho, T, S, P)$  sont calculées au centre de la maille  $(i, k)$ , appelée point de masse. Les variables de vitesse sont calculées à des demi-niveaux horizontaux ( $u$ ) et verticaux ( $w$ ).

Cette organisation en maille est adaptée pour la discrétisation des équations du modèle numérique. En effet, elles permettent de calculer l'ensemble des termes de chaque équation du système d'équation au même point de la maille en conservant un certain nombre de propriétés fondamentales (énergie, enstrophie...).

#### Discrétisation temporelle

Un schéma leap-frog, ou saute-mouton, est utilisé pour la discrétisation temporelle. Les variables sont calculées au temps  $t + \Delta t$  en fonction de la valeur des variables aux temps  $t - \Delta t$ , et  $t$  :

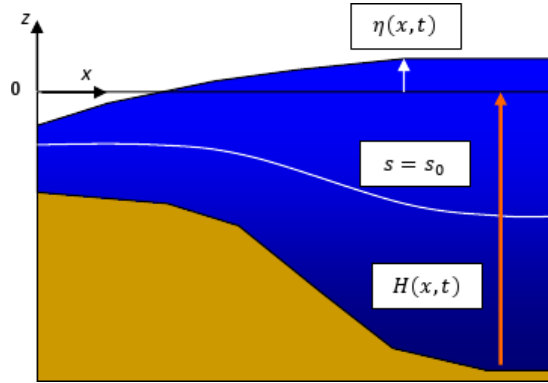


FIGURE 2.1 – Ligne iso- $s$  (en blanc) associée à une topographie non plane et à la surface libre.

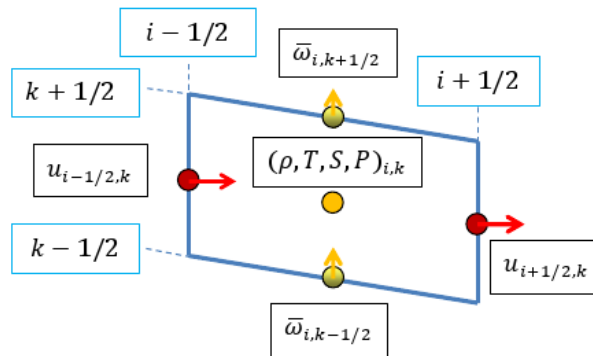


FIGURE 2.2 – Organisation verticale des variables sur une maille de grille Arakawa-C.  $\bar{\omega}$  est la vitesse verticale d'un niveau  $s$

De plus, la surface libre étant résolue de manière explicite, les ondes externes sont explicitement représentées dans le modèle numérique. Comme nous l'avons constaté dans le chapitre 1, ces ondes se propagent à des vitesses beaucoup plus grandes que les ondes internes. Afin de représenter correctement la propagation de ces deux phénomènes en minimisant les temps de calculs, une méthode de pas de temps séparés, ou time-splitting, décrite dans *Blumberg and Mellor [1987]* est utilisée. La résolution temporelle du mode externe est plus fine que celle du mode interne, afin de résoudre correctement les ondes externes plus rapides et assurer la stabilité du modèle.

### 2.3 Configuration d'étude

#### Hypothèses supplémentaires et équations résolues

Une version bidimensionnelle dans un plan vertical ( $Oxz$ ) du modèle est utilisée dans cette thèse : les grandeurs ne dépendent pas de la coordonnée transverse  $y$ , et la vitesse transverse  $v$  est nulle.

On se place dans un référentiel non-tournant. Une équation d'état linéaire, où  $\rho$  varie uniquement en fonction de  $S$  est adoptée. Ce choix permet de faciliter la comparaison avec les expériences de laboratoire réalisées à température constante et pour lesquelles les variations de la salinité sur la verticale sont à l'origine de la stratification en densité.

Sous ces hypothèses, les équations du modèle sont les suivantes :

$$\rho_0(u_t + \vec{v} \cdot \vec{\nabla} u) = -P'_x + \rho_0 \nu \Delta(u), \quad (2.2a)$$

$$\rho_0(w_t + \vec{v} \cdot \vec{\nabla} w) = -P'_z - \rho' g + \rho_0 \nu \Delta(w), \quad (2.2b)$$

$$u_x + w_z = 0, \quad (2.2c)$$

$$\frac{\partial S}{\partial t} + \vec{v} \cdot \vec{\nabla}(S) = K_S \Delta(S), \quad (2.2d)$$

$$\rho = \rho_0(1 + \beta_S(S - S_0)), \quad (2.2e)$$

où :

- $\nu = 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$  : viscosité cinématique de l'eau,
- $K_S = 10^{-9} \text{ m}^2/\text{s}$  : coefficient de diffusion moléculaire pour la salinité,
- $\beta_S = 7.45e^{-4}$  : coefficient de contraction haline,
- $S_0 = 35$ , salinité de référence.

Ces équations sont associées aux conditions aux limites du modèle. La condition de non-pénétration et de non-glissement sur le fond, ainsi que des frontières latérales fermées, sont utilisées. La largeur du domaine est choisie assez grande pour limiter les effets de réflexions sur le temps de simulation. Le forçage est assuré par l'oscillation périodique de la topographie dans la version "moving bottom" du modèle Symphonie-NH. Cela permet de comparer plus directement les résultats des simulations numériques et des expériences de laboratoire.

#### Comparaison entre simulations numériques et expériences de laboratoire

Sur la figure 2.3, on présente une comparaison entre des simulations numériques à haute résolution décrites dans *Dossmann [2009]* ( $dx = 1 \text{ mm}$ , 100 niveaux  $s$ )

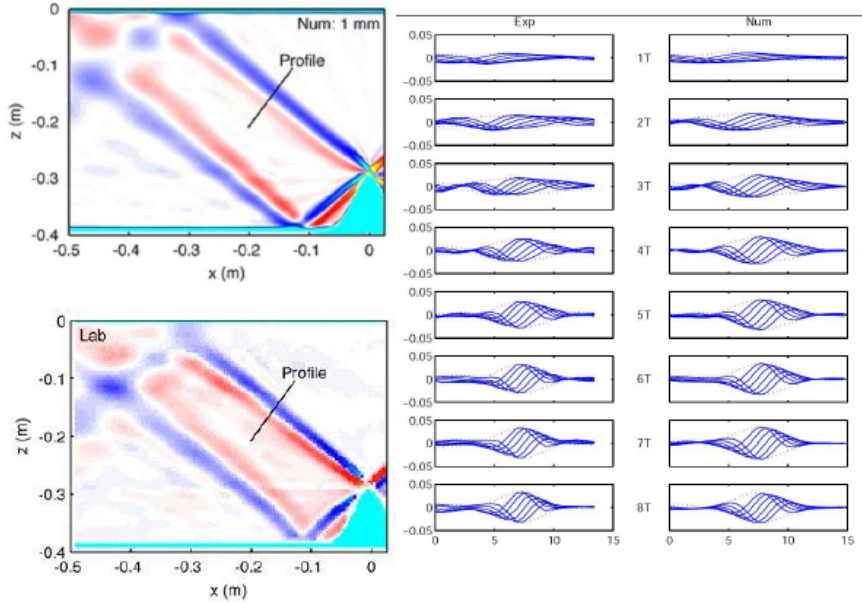


FIGURE 2.3 – *A gauche : Anomalie de pulsation de Brunt-Väisälä  $\Delta N^2$  ( $\text{rad}^2/\text{s}^2$ ) issue d'une simulation numérique (en haut) et de mesures par Schlieren synthétique dans les expériences de laboratoire (en bas), obtenus par l'oscillation d'un mont gaussien dans un fluide linéairement stratifié. A droite : Profils expérimentaux et numériques de  $\Delta N^2$  ( $\text{rad}^2/\text{s}^2$ ), le long d'un segment orthogonal au rayon. Figure extraite de Floor [2009].*

et des expériences de laboratoires réalisées dans le petit canal du laboratoire de simulation physique du CNRM-GAME par J. Floor et A. Paci, dans le cadre de la thèse de J. Floor [Floor, 2009] et dont une analyse détaillée est présentée dans le chapitre 3 de ce manuscrit. Dans une configuration de génération linéaire d'ondes internes avec des paramètres de forçage et de stratification identiques, les champs d'anomalie de  $N^2$  obtenus montrent une forte similitude : des rayons d'ondes internes, de largeur équivalente, sont émis vers le haut et vers le bas, avec un angle de  $\pm 30^\circ$  par rapport à l'horizontale. Les profils de rayons sont également très proches. Dans cette configuration, les approches numériques et expérimentales décrivent de manière comparable la dynamique des ondes internes, légitimant leur utilisation en parallèle.

La section suivante introduit la configuration expérimentale utilisée pour réaliser les expériences de laboratoire sur la génération primaire et sur la génération secondaire présentées dans les chapitres 4 et 5.



FIGURE 2.4 – *Vue d'ensemble de la veine hydraulique.*

## 3 Les expériences de laboratoire

### 3.1 Les installations du laboratoire de mécanique des fluides géophysiques du CNRM-GAME

Ce laboratoire dispose d'un ensemble d'infrastructures hydrauliques pour l'étude des écoulements homogènes, stratifiés en densité et/ou en rotation. Ses activités se concentrent en grande partie sur la couche limite atmosphérique et sur les ondes internes de gravité générées sur une topographie.

Ce laboratoire est en particulier connu pour sa grande veine hydraulique stratifiée (voir figure 2.4). Il s'agit d'une installation unique pour l'étude des écoulements stratifiés en densité. Elle a été conçue pour produire en laboratoire, donc dans des conditions parfaitement contrôlées, des jeux de données précis et complets sur des écoulements semblables à ceux de l'atmosphère et de l'océan. Elle permet donc de compléter les observations du milieu naturel, limitées par leur dispersion et l'impossibilité de contrôler les conditions de l'écoulement. Cette veine hydraulique de 30 m de long sur 3 m de large peut aussi être utilisée en mode canal fermé de 22 m de long sur 3 m de large. C'est ce mode qui a été mis en oeuvre pour les expériences présentées dans les chapitres 4 et 5.

Cette installation fut initialement conçue pour l'étude du vent à petite échelle sur des structures ou des topographies complexes. La simulation hydraulique permet en effet une description très réaliste du vent dans ces conditions, avec une finesse souvent difficile à atteindre par calcul numérique. Les domaines d'application sont nombreux, par exemple aérologie d'un site (vents forts, secteurs turbulents, etc.), dispersion d'un polluant, ou encore aménagement du territoire. La distorsion de l'écoulement au-dessus de plusieurs navires océanographiques a également été étudiée pour les besoins de campagnes de mesure.

Depuis quelques années, des expériences de recherche plus fondamentale y sont

également menées, en particulier sur les interactions d'un objet avec un écoulement stratifié en densité. Cet écoulement peut être constant ou oscillant. Elles s'appliquent d'une part aux ondes orographiques et aux phénomènes turbulents associés (rotors, zone de déferlement, turbulence en ciel clair), d'autre part aux ondes internes océaniques (marée interne, ondes solitaires à la base de la couche de mélange océanique).

Les résultats présentés dans le chapitre 3 sont issus d'expériences réalisées dans le petit canal, qui mesure 4 m de long, pour 50 cm de largeur et 50 cm de hauteur. Une cuve tournante de 2.5 m de diamètre, ainsi qu'un canal de 7 m de long font également partie des installations du laboratoire.

Dans les sections suivantes, nous présentons la configuration expérimentale utilisée pendant la campagne d'expériences portant sur la génération primaire et secondaire d'ondes solitaires en laboratoire, que j'ai menée dans le grand canal au second semestre 2011 avec l'équipe de simulation physique du CNRM-GAME.

## 3.2 Stratification du fluide

### Méthode de remplissage

La stratification du fluide est contrôlée par la salinité, tandis que la température du laboratoire est régulée à 20°C. L'apport en eau salée est assuré par deux pompes alimentant un mélangeur, l'une reliée à un réservoir d'eau douce, et l'autre à un réservoir de saumure. Le débit de chaque pompe est contrôlé par ordinateur, pour obtenir la densité souhaitée à une profondeur donnée. Un débit maximal de 10 m<sup>3</sup>/h est atteignable en sortie du mélangeur. Pour un remplissage à une profondeur de 40 cm dans le grand canal, correspondant à un volume d'environ 30 m<sup>3</sup>, un temps moyen de remplissage de 5h est nécessaire.

Au cours des expériences réalisées, nous avons utilisé deux types de stratification :

- stratification type génération primaire : une stratification bicouche, à densité homogène dans les couches supérieure et inférieure.
- stratification type génération secondaire : une stratification bicouche, à densité constante dans la couche supérieure, et une stratification linéaire dans la couche inférieure.

Dans les deux régimes, un saut de densité variant entre  $\Delta\rho = 30$  kg/m<sup>3</sup> et  $\Delta\rho = 90$  kg/m<sup>3</sup> sépare les deux couches. Cette région étant le support de propagation des ondes quasi-interfaciales que nous voulions mesurer, il était essentiel d'obtenir un saut de densité très localisé, en limitant son extension verticale.

Dans cette optique, nous avons amélioré la technique de remplissage au fil de la campagne. Pour la stratification type génération primaire, le remplissage de la couche du bas, d'épaisseur approximative  $h_2 = 30$  cm, se faisait par l'intermédiaire d'injecteurs espacés régulièrement de quelques mètres, au niveau du plancher. Cette méthode présente l'avantage de permettre des débits assez élevés, dans le cas où la couche est homogène. Quelques centimètres avant d'atteindre le sommet de la couche inférieure, on passait à un remplissage par le haut, via huit flotteurs espacés régulièrement le long de la veine. Dans le cas de la stratification type génération secondaire, le remplissage se faisait par les flotteurs sur toute la profondeur du fluide.

Cette méthode permet une injection plus homogène, avec moins de mélange induit, et un débit d'injection réduit à 3 – 4 m<sup>3</sup>/h. Avec ce protocole, des épaisseurs

### 3. LES EXPÉRIENCES DE LABORATOIRE

---

de pycnocline de l'ordre de  $2,5 \pm 0.5$  cm sont obtenus pour les sauts de densité les plus marqués, et  $3,5 \pm 0.5$  cm pour les plus faibles.

#### Mesure du profil de densité

La mesure du profil de densité est effectuée à l'aide d'un densimètre de marque AntonPaar. Une tige de prélèvement, reliée à un moteur, descend progressivement dans le fluide stratifié. A chaque position de mesure, un volume de fluide fixe, de l'ordre de  $1 \text{ mm}^3$  est prélevé et injecté dans le capillaire du densimètre, en prenant soin d'évacuer les bulles d'air. A partir de la mesure de la fréquence propre d'oscillation du capillaire, dépendant de la masse injectée, la masse volumique est obtenue avec une précision de  $5.10^{-4}$  kg/L. La figure 2.5 montre un exemple de profil de densité obtenu par cette mesure, dans les deux configurations expérimentales.

Pour un remplissage, le profil de stratification était mesuré avant et après chaque expérience, pour surveiller l'élargissement de la pycnocline, causé par les effets cumulés de la diffusion moléculaire et du mélange induit par le passage des ondes interfaciales. En moyenne, cinq à six expériences étaient réalisables par remplissage, au delà l'épaisseur de la pycnocline n'était plus adaptée à l'étude d'ondes interfaciales.

#### 3.3 Forçage des ondes

La géométrie du mont utilisé dans les expériences de laboratoire a été définie à partir de simulations numériques. Un des objectifs de la campagne expérimentale était de confirmer l'influence du "contrôle topographique" de la génération d'ondes solitaire présentée dans le chapitre 4. Ce mécanisme étant plus marqué pour un mont sinusoïdal, nous avons choisi cette géométrie pour les expériences de laboratoire. Une photographie du mont prise après la campagne expérimentale est montrée en figure 2.6. L'équation du profil du mont est

$$h(x) = 1/2h_0 \left( 1 + \cos \left( \frac{2\pi x}{\lambda_r} \right) \right), \quad (2.3)$$

où  $\lambda_r = 1.25$  m et  $h_0 = 25$  cm sont respectivement la largeur à la base et la hauteur du mont.

Une fois immergé, le mont est suspendu par quatre tiges métalliques vissées dans le mont. Les extrémités supérieures de ces tiges sont solidaires d'un banc mobile sur rails. La suspension du mont, approximativement 5 mm au dessus du plancher peut être ajustée. Quatre haubans tendus permettent de rigidifier l'ensemble pour limiter le balancement du mont lors du mouvement du banc.

L'oscillation horizontale du mont est assurée par un moteur équipé d'un réducteur 1/80, via un système bielle-manivelle relié au banc mobile. Le moteur couvre une plage de périodes allant de  $T = 5$  s à  $T = 100$  s environ.

La manivelle est percée de 4 trous espacés de 2 cm deux à deux permettant de sélectionner des amplitudes d'oscillation de 4, 6, 8 et 10 cm.

Le déplacement du mont est estimé à l'aide d'un télémètre LASER situé en bout de canal et visant un réflecteur vertical fixé sur le banc mobile. Un exemple d'évolution du déplacement est montré en figure 2.7. Le forçage imposé est sinusoïdal.



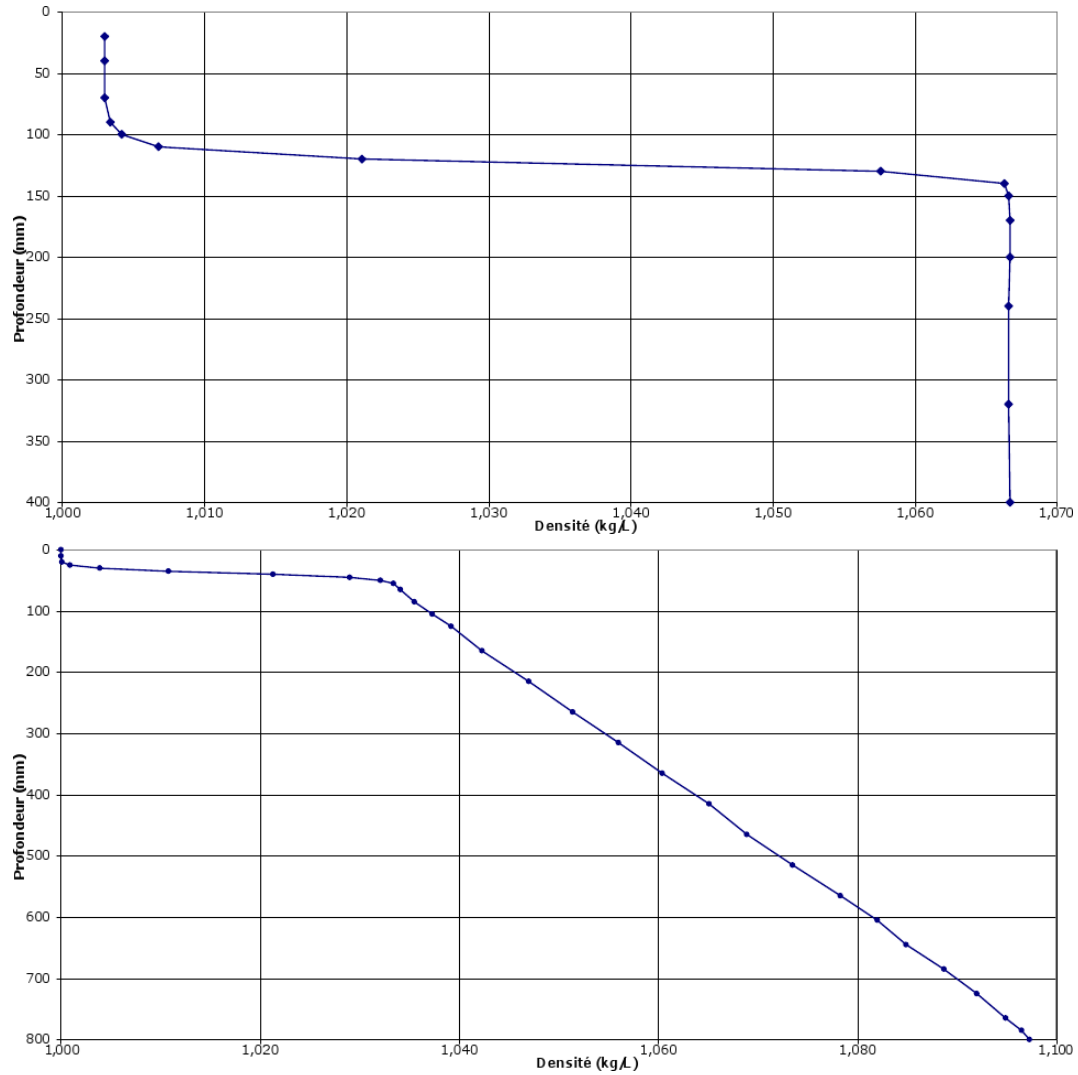


FIGURE 2.5 – En haut : Profil de densité mesuré pour une stratification type génération primaire, avec un saut  $\Delta\rho = 63 \text{ kg/m}^3$  à l'interface du bicouche. En bas : Profil de densité mesuré pour une stratification type génération secondaire, avec un saut  $\Delta\rho = 33 \text{ kg/m}^3$  à l'interface du bicouche, et une stratification linéaire  $N_0 = 0.94 \text{ rad/s}$  dans la couche inférieure.

### 3. LES EXPÉRIENCES DE LABORATOIRE

---

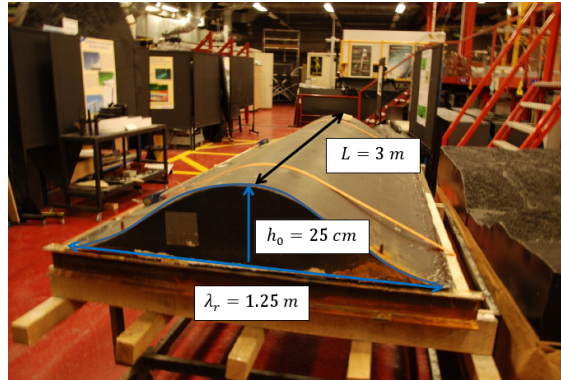


FIGURE 2.6 – Mont sinusoïdal utilisé pendant la campagne expérimentale.  $L$  est la longueur du mont, qui occupe toute la largeur du canal. La masse du mont est de 700 kg, pour un volume approximatif de  $0.5\text{ m}^3$

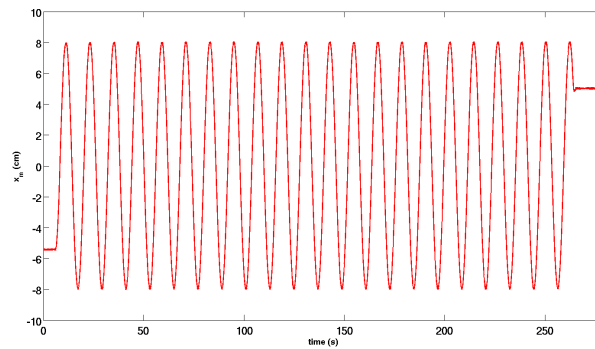


FIGURE 2.7 – Exemple de mesure du déplacement du banc pour une expérience à amplitude de forçage  $A = 8\text{ cm}$  et de période  $T = 12\text{ s}$ .

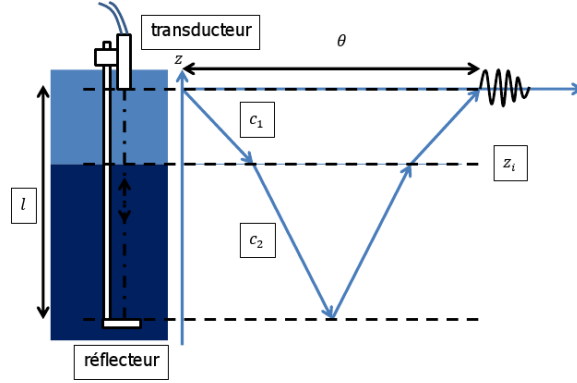


FIGURE 2.8 – Schéma de fonctionnement d'un suiveur à ultrasons. Le transducteur et le récepteur sont positionnés de part et d'autre de l'interface. Des impulsions ultrasonores sont envoyées vers le réflecteur, où elles sont réfléchies vers le transducteur.  $c_1$  et  $c_2 > c_1$  sont les vitesses de propagation dans les couches supérieure et inférieure. Le temps de parcours  $\theta$  varie en fonction de la position moyenne de l'interface  $z_i$ .

Les ondes émises dans le fluide stratifié sont partiellement absorbées par des systèmes en mousse placés aux extrémités du canal. Cependant une partie des ondes réfléchies est visible dans les mesures, après quatre à cinq périodes de forçage.

### 3.4 Mesures de la position de l'interface

Pour étudier la structure des ondes générées dans la pycnocline, des mesures analogiques et optiques de la position de l'interface ont été réalisées.

#### Sondes à ultrasons

Des mesures analogiques utilisant dix sondes à ultrasons prêtées par l'équipe de la plateforme Coriolis du LEGI (Grenoble), ont été effectuées sur une cinquantaine d'expériences, génération primaire et secondaire confondues. Ces mesures acoustiques permettent d'obtenir un déplacement interfacial moyen ponctuel  $z_i(t)$ , à une fréquence de 200 Hz. Cette méthode a été utilisée et validée dans des études précédentes sur des configurations proches [Mercier *et al.*, 2012]. Les sondes sont constituées d'un transducteur émetteur-récepteur d'impulsions ultrasonores, et d'un réflecteur, situé en regard du transducteur à une distance de  $l \approx 15$  cm fixe. L'appareil mesure un temps de transit  $\theta$  sur le trajet transducteur-réflecteur-transducteur, comme illustré sur la figure 2.8.

Le temps de parcours  $\theta$  dépend de  $z_i$  par la relation

$$\theta = 2\left(\frac{l - z_i}{c_1} + \frac{z_i}{c_2}\right), \quad (2.4)$$

où  $c_1$  et  $c_2$  sont respectivement les vitesses de propagation des ondes acoustiques dans les couches supérieures et inférieures. Les dix sondes sont associées chacune à une voie d'un boîtier d'acquisition, délivrant une tension  $V_S$  proportionnelle à la

### 3. LES EXPÉRIENCES DE LABORATOIRE

---

position de l'interface par rapport à la position au repos :

$$\partial V_S / \partial z_i = 2k \frac{c_1 - c_2}{c_1 c_2}, \quad (2.5)$$

où la sensibilité en hauteur peut prendre quatre valeurs  $k = 2.5; 1.6; 0.26; 0.125 \text{ V}/\mu\text{s}$ . La dynamique de la tension de sortie est de  $-10 \text{ V}$  à  $+10 \text{ V}$ . En pratique, pour les déplacements verticaux d'environ  $10 \text{ cm}$  mesurés, le calibre 3 permet de couvrir cette dynamique sans atteindre une saturation en tension, à l'exception de deux expériences à très grande amplitude.

#### Disposition des sondes

Les sondes sont fixées grâce à dix cavaliers sur un banc mobile, dont la position peut être modifiée entre deux expériences, ou pendant une expérience. Pour la plupart des expériences les sondes étaient disposées en "L" sur le banc mobile, comme indiqué sur le schéma 2.10, pour évaluer les effets transverses éventuellement présents dans l'onde et estimer son évolution dans la direction de propagation. Dans les dernières expériences de génération secondaire, une disposition purement longitudinale des sondes a été adoptée afin d'étudier spécifiquement la stabilité des ondes interfaciales générées au cours de leur propagation.

#### Réglage et calibration des sondes

Une fois le calibre choisi et les sondes immergées, le réglage d'une sonde s'effectue en observant le signal reçu sur le transducteur à l'oscilloscope. Plusieurs échos sont visibles (réflexions sur le plancher, réflexions multiples), en plus de celui issu du réflecteur. La sélection de l'écho d'intérêt se fait par un bouton poussoir sur le boîtier. Il est important de bien aligner transducteur et réflecteur, et de retirer les bulles d'air sur l'un et l'autre, pour observer un écho propre sur la durée de l'expérience.

Après avoir verrouillé l'écho utile et réglé l'offset à 0 pour les dix sondes, une étape de calibration des sondes est réalisée en début d'expérience. Pour cela le banc-sondes est surélevé de  $1 \text{ cm}$  par des cales calibrées dans la position de mesure (position 0). Environ  $60 \text{ s}$  après le début de l'acquisition, les cales sont retirées (position  $-1 \text{ cm}$ ), puis deux cales sont ajoutées après  $1 \text{ min } 45 \text{ s}$  (position  $+1 \text{ cm}$ ). Après  $2 \text{ min } 30 \text{ s}$ , on revient à la position 0, avant de mettre le mont en mouvement vers  $3 \text{ min } 30 \text{ s}$ . Les tensions mesurées à chaque sonde sont observées en direct à l'oscilloscope au cours de la calibration et de l'expérience. La figure 2.9 montre un exemple de sortie sonde au cours d'une expérience. Les marches observées dans les premiers instants de l'expérience correspondent aux différentes positions de calibration.

La conversion tension-déplacement est réalisée à l'aide de ces mesures de calibration. Les signaux de tension issus des sondes sont très propres pour la grande majorité des mesures, l'incertitude relative sur le déplacement de l'interface, estimée à  $2\%$  provient principalement de l'étape de calibration.

L'utilisation des sondes à ultrasons conduit à une mesure ponctuelle précise de la position de l'interface, à haute fréquence. 25 expériences dans une stratification type génération primaire et 34 expériences dans une stratification type génération secondaire, toutes deux réparties sur huit remplissages, ont été réalisées avec des mesures sondes. Ces mesures analogiques ont été complétées par des mesures optiques

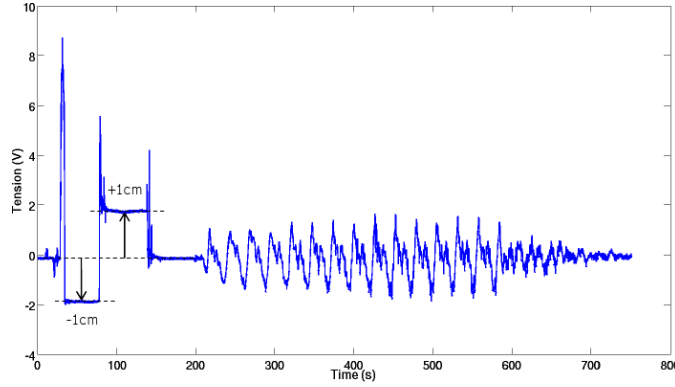


FIGURE 2.9 – *Sortie brute en tension (V) pour une expérience à  $A = 8$  cm et  $T = 25$  s. Les flèches indiquent les différentes positions prises pour la calibration.*

sur trois expériences dans une stratification type génération primaire et deux expériences dans une stratification type génération secondaire permettant d'obtenir un champ bidimensionnel continu du déplacement interfacial.

### Mesures par stéréo-corrélation d'images

Cette méthode de mesure optique a été développée au sein du service Signaux et Images de l'institut de mécanique des fluides de Toulouse (IMFT). Elle a été initialement développée pour déterminer l'évolution d'un lit de sédiments au fond d'un écoulement hydraulique à l'aide de motifs réguliers projetés sur ce fond [Astruc *et al.*, 2011]. Pour pouvoir être utilisé pour des mesures de hauteur d'interface dans un fluide à deux couches, le système a dû être adapté à des motifs aléatoires formés par des particules situées au niveau de l'interface. Cid *et al.* [2010] présente cette technique utilisée pour la première fois en 2009 dans la veine hydraulique pour des mesures de hauteur d'interface.

Le principe de la mesure par stéréo-corrélation d'images est de trianguler la position de particules observées par deux caméras PCO 2000 (4 Mpxels) situées à la même distance du mont de part et d'autre de la veine (*cf.* figure 2.10), observant la scène par le haut, à une hauteur  $h_c = 4.10$  m par rapport à la position au repos de la pycnocline. Ces caméras sont équipées d'objectifs Nikkor de focale  $f = 35$  mm, et d'ouverture 4, et inclinées de  $20^\circ$  environ par rapport à la verticale. Le champ observé par les deux caméras mesure approximativement  $3\text{ m} \times 3\text{ m}$ .

#### Calibration des caméras

La calibration des caméras se fait par l'acquisition de huit images d'une mire constituée de motifs de même taille et espacés régulièrement. Cette mire est placée au fond du canal vide, dans des positions différentes et avec des orientations différentes inconnues. La figure 2.11 montre un exemple d'images de calibration ayant servi pour cette campagne expérimentale. Ces images sont traitées par des routines Matlab afin de déterminer les paramètres internes (focale, position du point principal, facteurs

### 3. LES EXPÉRIENCES DE LABORATOIRE

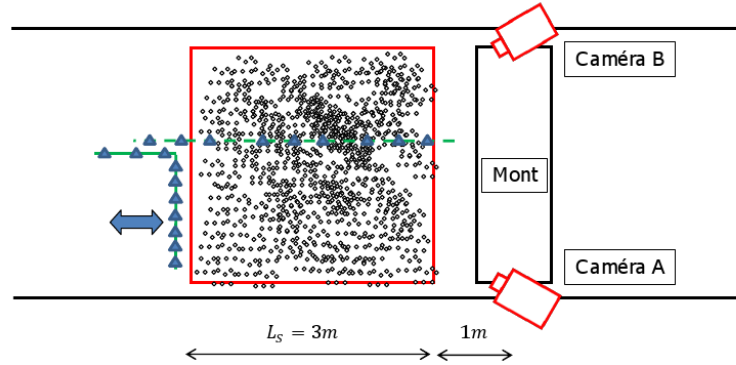


FIGURE 2.10 – Schéma vu de dessus de la configuration expérimentale. Des mesures simultanées sondes/stereo ont été réalisées sur deux expériences avec le banc sondes en "L" (trait plein vert) placé en aval du champ stéréo. Les triangles bleus montrent la position des sondes sur le banc. La flèche bleue indique que le banc sondes a parfois été déplacé au cours de la campagne. Le trait tireté vert montre la position du banc sondes pour sept expériences portant sur la génération secondaire.

d'échelles) et externes (position et orientation d'une caméra par rapport à l'autre) des deux caméras.

#### Ensemencement du champ stéréo

L'acquisition des images est effectuée quelques heures maximum après l'étape de calibration pour limiter les déplacements de caméras (travail des supports, chocs), auxquels ce type de mesure est très sensible. Une fois le canal rempli, l'interface estensemencée avec des particules de polystyrène triées en densité. L'ensemencement est réalisé par un tuyau de diamètre 1 cm, injectant les particules mélangées dans un seau avec de l'eau prélevée dans la couche supérieure. Une attention particulière est portée à l'homogénéité de l'ensemencement et à la concentration de particules<sup>3</sup>, qui conditionnent la qualité des champs de déplacement obtenus.

Il est nécessaire de limiter au maximum la présence de bulles d'air, qui favorisent la formation d'amas de particules plus légers, susceptibles de remonter à la surface libre et de perturber les mesures interfaciales. L'ajout d'un agent surfactant dans le seau est un moyen efficace pour empêcher la formation de ces amas.

Six lampes puissantes positionnées régulièrement éclairent le champ stéréo par le côté à travers deux vitres<sup>4</sup>. La figure 2.12 montre le champensemencé utilisé lors d'une expérience de génération secondaire avec mesures sondes et stereo simultanées.

#### Acquisition et traitement des images

3. qui ne doit être ni trop faible, pour obtenir des champs bien résolus spatialement, ni trop forte pour pouvoir distinguer les particules individuellement.

4. Cette méthode d'éclairage n'est pas totalement homogène, ce qui a causé des problèmes de surexposition pour des particules situées sur les côtés du champ.

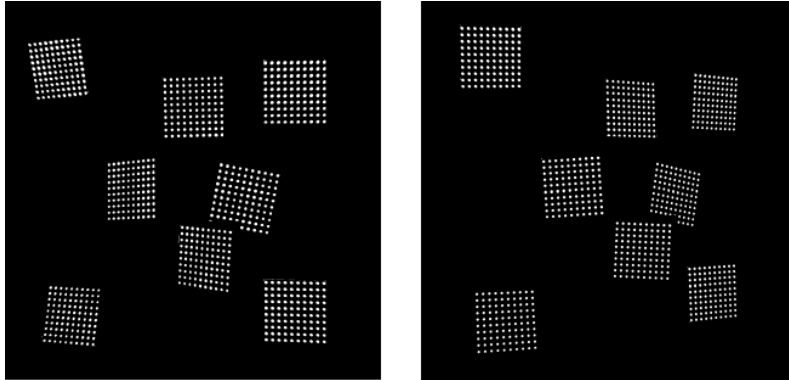


FIGURE 2.11 – *Superposition de huit images de mires acquises par la caméra A (à gauche) et la caméra B (à droite), utilisées pour la calibration des caméras.*

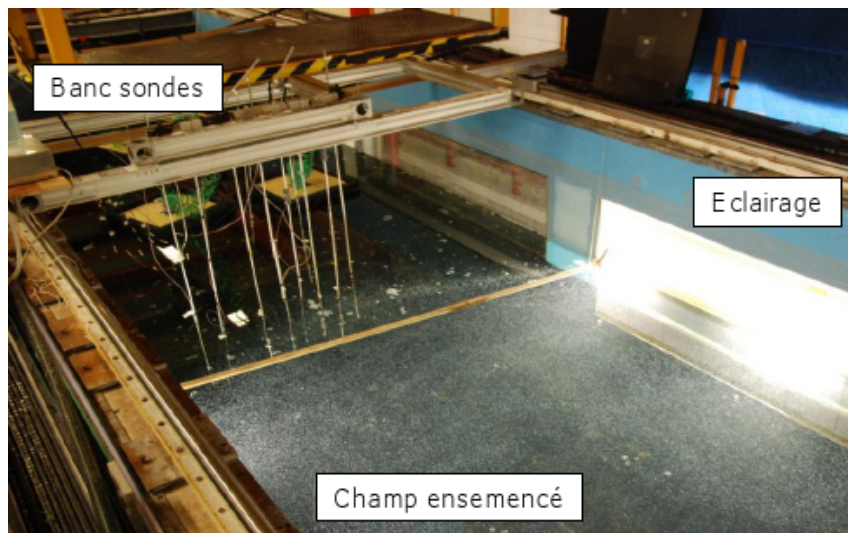


FIGURE 2.12 – *Photographie de la configuration expérimentale avant l'expérience gsyd019. Le banc sondes est placé quelques centimètres en aval du champ stereo, pour permettre une comparaison des deux techniques de mesure.*

## 4. CONCLUSION

---

Au cours d'une expérience de mesure stéréo, les images sont acquises de manière synchrone par les deux caméras, à l'aide d'un générateur basse fréquence envoyant un signal crête à la fréquence d'acquisition aux deux caméras. La fréquence d'acquisition varie entre 200 ms et 500 ms en fonction de la période de forçage de façon à obtenir de l'ordre de dix à vingt paires d'images par période. Environ 700 paires d'images sont enregistrées par expérience, avec le logiciel Camware.

Plusieurs étapes sont nécessaires pour obtenir le champ de déplacement interfacial à partir des images brutes.

La disposition des particules peut apparaître très différente sur les plans indépendants des deux caméras, ce qui rend difficile un appariement direct. Dans un premier temps, les images sont projetées sur un plan commun grâce aux paramètres obtenus dans l'étape de calibration. Cette projection permet un premier appariement unidimensionnel simple des particules sur ce plan rectifié. L'appariement sur le plan rectifié est ensuite utilisé comme prédicteur pour appairer les particules sur les images brutes. Après l'étape d'appariement, la triangulation de la position des particules est effectuée grâce à la méthode proposée par *Bouquet* [2004].

L'ensemble de ces étapes est réalisée avec des routines Matlab (développée par Emmanuel Cid à l'IMFT), et adaptées pour l'expérience pendant le stage M2 de Mathieu Lepilliez que j'ai co-encadré [*Lepilliez*, 2012].

Le temps de traitement des images est relativement long (environ 25 couples d'images par jour). Au moment de la rédaction, deux expériences ont été traitées.

### Validation des mesures stéréo

Des mesures simultanées sondes/stéréo ont été effectuées lors d'une expérience de génération secondaire présentée dans le chapitre 5. Ces mesures ont permis la validation de la méthode stéréo dans la configuration adoptée par comparaison avec les mesures sondes, le banc étant placé en aval du champ stéréo comme montré sur la photo 2.12. La comparaison entre les deux mesures est montrée sur la figure 2.13. L'évolution du déplacement interfacial est fortement similaire entre les deux mesures pendant les quatre premières périodes de forçage. Le coefficient de corrélation de ces deux courbes est de 0.89, ce qui est une valeur plutôt bonne compte tenu de la différence entre les fréquences d'échantillonnages (200 Hz pour la mesure sonde, 2 Hz pour la mesure stéréo).

Cette comparaison nous donne une bonne confiance dans les mesures par stéréo-corrélation d'images pour ces mesures de hauteur d'interface dans le contexte de cette étude.

## 4 Conclusion

L'approche combinant les outils numériques et expérimentaux introduite ici vise à étudier quantitativement des configurations d'ondes internes générées sur une topographie à l'échelle du laboratoire, directement inspirées par des situations océaniques. L'étude de la variété de régimes présents dans cet "océan de laboratoire", observé à travers le prisme des simulations et des expériences est l'objet des trois chapitres suivants. Son objectif général est de contribuer à une meilleure compréhension des processus océaniques.



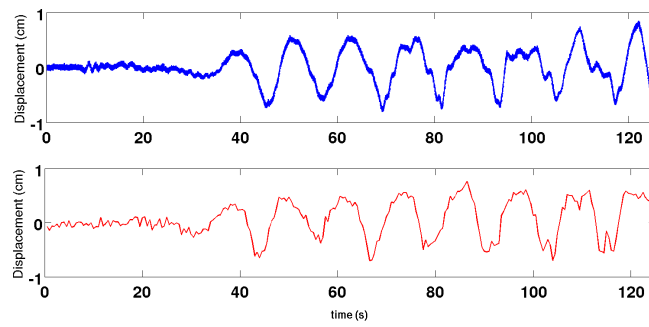


FIGURE 2.13 – *Mesures simultanées stéréo (en haut) et sonde (en bas) du déplacement interfacial dans l'expérience gsyd019. L'évolution du déplacement interfacial est similaire avec les deux types de mesure.*

## Chapitre 3

# Energie mécanique rayonnée dans un fluide linéairement stratifié

Ce chapitre est présenté sous la forme d'un article publié en 2011 dans la revue *Experiments in Fluids* [*Dossmann et al.*, 2011], précédé d'un résumé en français.

### Résumé de l'article

Cet article aborde la question de l'influence de la pente maximale de la topographie sur l'énergie mécanique transportée par des ondes internes, dans un régime quasi-linéaire et dans un fluide linéairement stratifié, à partir d'expériences de laboratoire.

Dans ces expériences, les ondes internes sont générées sous forme de rayons par l'oscillation d'une topographie bidimensionnelle. Le type de stratification utilisé ici est le cas le plus simple de stratification continue permettant l'étude des ondes internes. C'est un modèle idéalisé de l'océan représentant uniquement l'océan profond en faisant abstraction de la couche de mélange.

Des mesures simultanées de densité par la méthode Schlieren synthétique et de vélocimétrie par images de particules à haute résolution sont réalisées sur une série d'expériences où l'on fait varier le rapport entre la pente des rayons et la pente maximale de la topographie en modifiant la pulsation du forçage, tous les autres paramètres étant par ailleurs conservés. Ces mesures permettent de calculer l'énergie potentielle et l'énergie cinétique transportées par le rayon d'onde interne. Les mesures sont validées, puis des analyses en ondelettes et en composantes principales sont réalisées dans le but d'extraire les phénomènes physiques les plus significatifs pour notre étude. La durée du régime transitoire est évaluée afin de se concentrer sur le régime permanent. L'évolution de l'énergie mécanique radiée en fonction de la pulsation de forçage est étudiée, et nous montrons qu'un maximum est atteint dans le régime critique, en accord avec des études théoriques et numériques récentes. Nous proposons une interprétation du rôle joué par le rapport entre la pente du rayon d'onde interne et la pente maximale de la topographie sur les transferts d'énergie entre la marée barotrope et la marée interne. Cette étude vise à améliorer la quantification de l'énergie transportée par les rayons d'ondes internes et disponible à terme pour le mélange océanique.

## Simultaneous velocity and density measurements for an energy-based approach to internal waves generated over a ridge

Yvan Dossmann · Alexandre Paci · Francis Auclair · Jochem W. Floor

Received: 28 October 2010 / Revised: 29 April 2011 / Accepted: 3 May 2011 / Published online: 24 May 2011  
© Springer-Verlag 2011

**Abstract** We present experimental results of internal wave generation by the oscillation of a two-dimensional topography in a linearly stratified fluid. Simultaneous synthetic schlieren and particle image velocimetry high-resolution measurements are made in a series of experiments with different forcing frequencies, all other parameters being kept constant. This setup allows us to obtain the potential and kinetic components of the mechanical energy transported by the internal wave beam for different relative values of the maximum topographic slope to the slope of internal wave phase lines, in a quasi-linear regime. Measurements are carefully validated and a combined wavelet and principal component analysis are carried out to extract the most energetic physical processes associated with the internal waves. The duration of the transient regime is evaluated in order to consider only results during the steady regime. We discuss the evolution of the radiated mechanical energy with respect to the forcing frequency, and we show that it reaches a maximum in the near-critical regime, in good agreement with recent numerical and theoretical works. New insights are provided

about the role played by the relative values of the maximum topographic slope and the internal wave beam slope in the efficiency of energy transfers from barotropic tide to radiated internal waves. This study is a step toward a better quantification of the energy transported away by internal waves and available for mixing the ocean.

### 1 Introduction

There has been a growing interest over the last decade toward the role of the different actors of the general oceanic circulation. Munk and Wunsch (1998) estimated that the maintenance of the abyssal stratification requires a power supply of approximately 2TW (according to the authors, this value could be overestimated by a factor of 2). They used numerical simulations to estimate that tidal mixing and wind forcing would supply 1TW each, which supports the idea of a mechanically controlled ocean. More recently, Winters and Young (2009) estimated that buoyancy forcing at the sea surface alone would be too inefficient to thermodynamically sustain the oceanic stratification. However, Tailleux (2009) questioned these ideas on the negligible contribution of the buoyancy fluxes on the circulation energy budget by showing that nonlinear terms in the equation of state could lead to a substantial thermodynamical work rate. He stresses that the idea of buoyancy-driven oceanic circulation should not be rejected. Therefore, it is necessary to quantify the energy fluxes associated with mechanical and thermodynamical processes involved in the oceanic energy budget with accuracy, for a deeper understanding of the energy balance of the ocean.

It is known that internal waves play a role in the mechanical forcing of the oceanic circulation. Internal tides

---

Y. Dossmann (✉) · A. Paci  
CNRM-GAME/GMEI/SPEA, 42 avenue Gaspard Coriolis,  
31057 Toulouse cedex 01, France  
e-mail: dosy@aero.obs-mip.fr

A. Paci  
e-mail: alexandre.paci@meteo.fr

Y. Dossmann · F. Auclair  
Laboratoire d'Aérodynamique, 14 avenue Edouard Belin,  
31400 Toulouse, France  
e-mail: francis.auclair@aero.obs-mip.fr

J. W. Floor  
Maaskant 7, 5512 BA Vessem, The Netherlands  
e-mail: jochem.w.floor@gmail.com

are generated in the stratified abyssal ocean or at the continental shelf where oscillatory horizontal fluid motions induced mainly by semidiurnal (M2) barotropic tides encounter steep topographies, leading to vertical displacements. These fluid motions are organized in internal wave rays that transport a certain amount of mechanical energy away from the topography. These waves may propagate over hundreds of kilometers and then break, for example when they meet an abrupt change of stratification, depth, or other waves, leading to an energy cascade toward smaller scales at which turbulent mixing occurs. This process enhances heat transfers toward the deep ocean, thereby contributing to the sustaining of the general oceanic circulation. An accurate evaluation of the topographic internal wave energetics is therefore a crucial step to quantify energy conversions in the ocean. The different estimates of energy fluxes in previous works (e.g., Munk and Wunsch 1998; Nycander 2005) emphasize the need for a better understanding of the role of the topography, in the energy conversions.

Internal waves generated over a seamount have been a major subject of study since Bell (1975a, b). The evolution of energy fluxes associated with internal waves in the subcritical (Smith and Young 2002; Balmforth et al. 2002) and supercritical regimes (Smith and Young 2003; St. Laurent et al. 2003; Pétrélis et al. 2006; Nycander 2006; Balmforth and Peacock 2009) has been investigated. These theoretical evaluations of the energy fluxes are carried out within a given frame of approximations and hypotheses that enables fully mathematical resolutions, what justifies testing these results with complementary tools representing fully internal waves physics, such as laboratory experiments.

In the last few years, a number of studies have relied on laboratory experiments to get new and complementary insights into this issue. Peacock et al. (2007) presented experimental results of stratification perturbations resulting from the oscillation of a 2D topography, using synthetic schlieren (SSc) measurements (Dalziel et al. 2000). They compared internal wave profiles with results obtained in both inviscid and viscous theories. The results were in good agreement with viscous theory, as confirmed by Gostiaux and Dauxois (2007), who compared internal wave profiles generated over a continental shelf with the mathematical formula given by Hurley and Keady (1997) for an oscillating cylinder. These results support the theoretical approach of the latter, relying on accurate SSc measurements. More recently, Mathur and Peacock (2009) performed a theoretical and experimental study of the influence of nonuniform density stratification, using the internal wave generator designed by Gostiaux et al. (2007), showing an important level of agreement between theoretical and experimental internal waves fields. Effects of three-dimensional topographies have been studied by King

et al. (2009) who performed particle image velocimetry (PIV) measurements, complemented with numerical simulations, showing that there can be a strong nonlinear flow perpendicular to the forcing direction, which so far has not been described theoretically. The references given in Mathur and Peacock (2009) provide a detailed overview of previous experimental studies of internal tides.

In these laboratory experiments, the main measurement techniques used were either PIV or SSc. Svein and Dalziel (2005) performed a single-camera approach to provide the first combined PIV and SSc measurements. Later, Dalziel et al. (2007) improved the experimental setup by using two cameras, looking at the same field of view, one dedicated to SSc and the other one to PIV, in order to study internal solitary wave dynamics. More recently, Ihle et al. (2009) performed the first simultaneous density and velocity measurements, for a laminar thermal plume, relying on a color separation technique and two video cameras. The reader may refer to the articles cited in Dalziel et al. (2007) for an overview of PIV and SSc techniques.

In the present work, we use high-resolution simultaneous density and velocity measurements to study the mechanical energy of internal waves radiated over a sea ridge. Buoyancy fields  $b$  are calculated from SSc measurements and validated from comparison with the vertical component of the velocity field  $(u, w)$ . In the present work, SSc and PIV measurements are fully synchronized owing to a light separating system described in Sect. 2.1, which is an important point for our purpose. In fact, the synchronized set of variables  $(b, u, w)$  is used, for the first time, to calculate the kinetic and potential components of the mechanical energy and its time evolution, in a set of laboratory experiments.

Our objective is to study in detail the effect of the slope of the internal wave phase lines  $s_{IW}$  compared to the maximum topographic slope  $s_r$  on the mechanical energy transported by the internal wave beams away from the sea ridge in a steady, quasi-linear regime. In particular, we are interested in the supercritical ( $s_{IW} < s_r$ ) to subcritical ( $s_{IW} > s_r$ ) transition, during which the energy transfers are most efficient and that may lead to strong diapycnal mixing. This study is a step toward a better quantification of the amount of energy transported by internal waves, available for mixing the interior ocean.

Our experimental configuration is inspired by the configuration used in the earlier work of Holloway and Merrifield (1999), in which large eddy simulations of internal waves generated in the ocean are presented. They used realistic stratification and tidal forcing, with Gaussian topographies representing the Hawaiian ridge, known as an area of strong internal tide generation (Ray and Mitchum 1996). This case in hand has inspired our experimental configuration of internal wave generation, by

the oscillation of a two-dimensional Gaussian ridge in a linearly stratified fluid.

In the present study, we use a two-dimensional topography that allows us to work on a 2D flow, and therefore to perform nonintrusive optical measurements to get the 2D density field in the fluid. A two-dimensional topography is also a good internal tide generator because energy fluxes generated at 2D ridges are more powerful than for 3D ridges (Holloway and Merrifield 1999; Munroe and Lamb 2005). The chosen Gaussian shape enables us to smoothly cover a range of generation angles, before reaching a precisely controlled critical angle. Moreover, this shape has been widely used since Bell (1975a, b), as the theoretical expression of the energy flux term, which depends on the Fourier transform of the topography shape, is straightforward for a Gaussian ridge.

The generation of internal gravity waves in the laboratory is forced by the sinusoidal oscillation of the ridge in a linearly stratified fluid. In a laboratory experiment, the ridge displacement in an initially stationary fluid is controlled with better accuracy, in terms of forcing amplitude and frequency, than the one imposed by a fluid being pushed back and forth as in the ocean. Moreover, equivalence between forcing by the barotropic tide and the oscillating ridge for the generation of internal gravity waves has been shown in Gerkema and Zimmerman (1995), in the linear case.

This idealized configuration aims at analyzing the role played by the relative values of slope of the internal wave phase lines and the maximum topographic slope on the energy transfers from the ridge oscillation to the internal wave beam.

The organization of the paper is as follows, in Sect. 2, we present the measurement tools used in the experiments. Density and velocity measurements are compared with linear theory, and the local matching of density measurements with conductivity sounding is checked in Sect. 3. In Sect. 4, the numerical filtering of the data fields, using combined wavelet and principal component analysis (PCA) is tackled. Section 5 deals with the study of the dependence of the mechanical energy on the forcing frequency, using a series of experiments at fixed background stratification. The evolution of the mechanical energy with respect to the forcing parameter is presented and discussed with particular attention paid to the role played by the topography in the subcritical to supercritical transition. Conclusions are drawn in Sect. 6.

## 2 Experimental protocol

### 2.1 Experimental arrangement

The experiments were carried out in the geophysical fluid dynamics laboratory of CNRM-GAME (Météo-France and

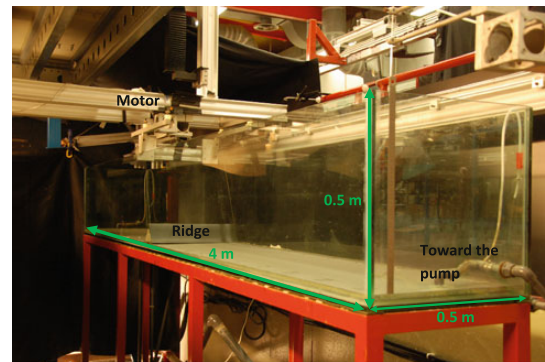
CNRS) in Toulouse. This laboratory is well-known for its large stratified water flume used in particular for studies on internal waves and boundary layers (e.g., Knigge et al. 2010).

The present experiments were conducted in a 4-m-long, 50-cm-wide, and 50-cm-high glass tank, shown in Fig. 1. The laboratory air temperature is regulated at 20°C. Two reservoirs, one filled with freshwater and the other with brines, both at 20°C, are connected to pumps that supply the tank with water. A computer controls the flow of each pump, enabling to obtain a linear stratification inside the tank over a depth of  $H = 40$  cm. The density profile is checked using a carefully calibrated conductivity probe that enables the calculation of the background Brunt–Väisälä frequency  $N = \sqrt{-g/\rho_0 \times d\bar{\rho}/dz}$ , where  $g = 9.81$  m/s<sup>2</sup>,  $\rho_0 = 1,000$  kg/m<sup>3</sup> is the reference density, and  $\bar{\rho}(z)$  is the background density profile, which varies typically from 1,000 to 1,040 kg/m<sup>3</sup> and leads to  $N$  values of about 1 rad/s. Conductivity probe measurements indicated that no substantial diffusion of mass occurs in the course of one experiment, as the density profiles before and after one experiment are really similar.

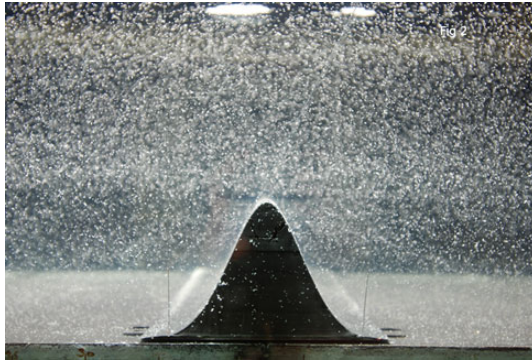
The topography used is a Gaussian ridge whose shape is given by Eq. 1:

$$h(x) = h_0 \exp\left(-\left(\frac{x}{a}\right)^2\right), \quad (1)$$

where  $x$  is the horizontal coordinate with the origin at the center of the ridge base,  $h_0 = 10$  cm is the ridge height, and  $a = 3.6$  cm is the e-folding width (Fig. 2). The ridge spans 49 cm. It is suspended by strings, attached to a motor forcing a sinusoidal back and forth motion at precisely controlled frequency and amplitude. The ridge displacement is recorded with a fixed camera, enabling to monitor



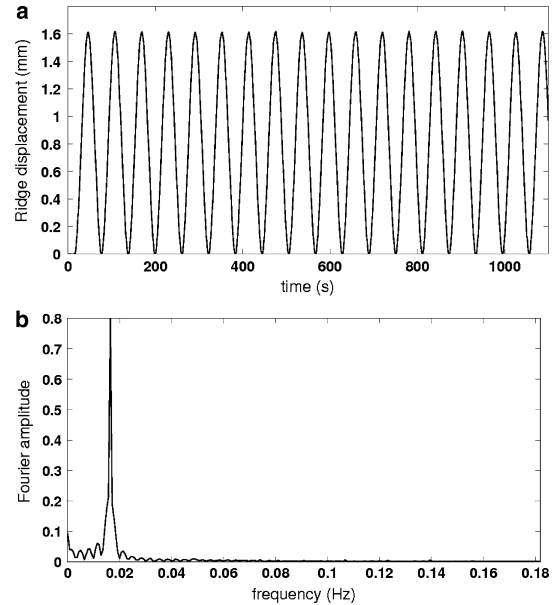
**Fig. 1** For these experiments, we used the smallest of the four tanks of the CNRM-GAME fluid mechanics laboratory. A linear density stratification controlled by salt concentration is established in the tank. The forcing of internal waves originates from the oscillation of the Gaussian ridge, suspended with strings



**Fig. 2** Gaussian ridge used in the experiments, of formula  $h(x) = h_0 \exp\left(-\left(\frac{x}{a}\right)^2\right)$  with e-folding width 3.6 and 10 cm maximum height. The ridge length is 49 cm

the forcing. One example of the time series of the ridge displacement is shown in Fig. 3a displaying a sinusoidal behavior at a fixed frequency  $\omega$ , as confirmed in the Fourier Transform (Fig. 3b) that exhibits a narrow peak centered at one frequency. The distance between the two extreme positions of the ridge is  $d_0 = 1.6$  mm. The potential influence of the width of the peak in the forcing spectrum on the amplitude of the internal waves is discussed in the “Appendix”. The forcing periods are precisely computed from these recordings. The energy-based study focuses on a series of nine experiments with forcing frequencies varying from  $\omega = 0.10$  to  $\omega = 0.97$  rad/s and a constant  $N = 0.98$  rad/s. Other experiments have been performed and are also presented in the next section.

The measurements are performed using two 4 megapixel PCO2000 cameras from PCO with a region of interest reduced to 2,048 pixels by 1,600 pixels, one for the SSc measurements and one for the PIV measurements, placed at a distance  $d = 7.08$  m from the tank. The lenses are identical for both cameras, with a focal length  $f = 200$  mm and an aperture of 4. The cameras look at the same part of the tank by means of a separating system composed of a dichroic vertical plate and a mirror as shown schematically in Fig. 4. The dichroic plate separates light incoming from the experiment with a wavelength over 550 nm toward the SSc camera and under 550 nm toward the PIV camera. The cameras are synchronized and take one picture every 1/40 of period of oscillation of the ridge, with an exposure of 20 ms during approximately 20 periods. This disposition allowed us to perform simultaneous measurements of density and velocity over a field of 55 cm by 39 cm. Calibration is carefully carried out for both SSc and PIV measurements to convert pixels to distance in mm.

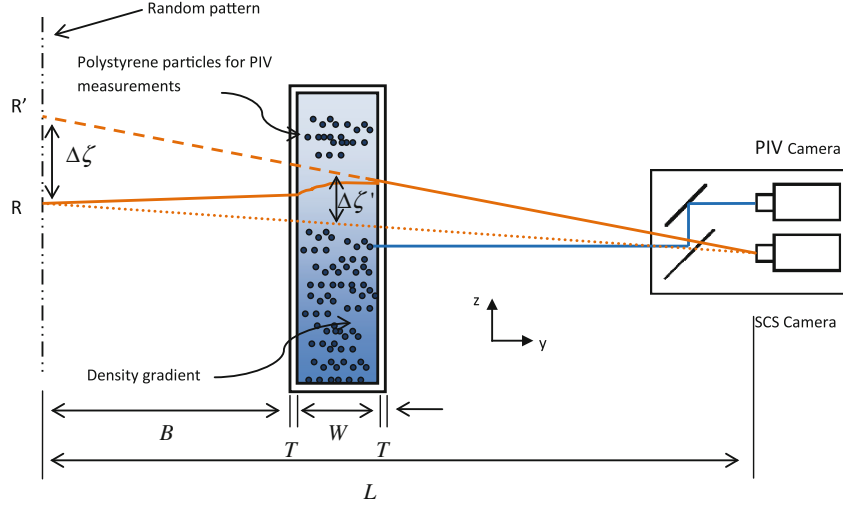


**Fig. 3** Time series (a) and FFT (b) of the ridge displacement for an experiment with  $\omega = 0.10$  rad/s and  $N = 0.98$  rad/s

Computations of density and velocity measurements are performed on the same regular grid (16 pixels by 16 pixels interrogation window with a 50% overlap). They represent an average on a  $4.4 \times 4.4$  mm<sup>2</sup>, on a grid with a horizontal ( $\Delta x$ ) and vertical ( $\Delta z$ ) step of 2.2 mm.

## 2.2 Synthetic schlieren technique

We draw from the previous work of Dalziel et al. (2000) and Gostiaux and Dauxois (2007) to set up SSc measurements. A random pattern is placed behind the tank at a distance of  $B = 200.6$  cm. The pattern is backlit using a 120 W high-pressure sodium lamp. The apparent distortion of the pattern, due to the bending of optical rays, is then captured by the camera dedicated to density measurements (see Fig. 4). Images are processed with a PIV algorithm that minimizes errors due to high gradients, implemented in the software DPIVsoft (Meunier and Lewke 2003). This displacement is then converted to the corresponding Brunt–Väisälä frequency anomalies  $\delta N^2 = -g/\rho_0 \times \partial\sigma/\partial z$  ( $\sigma$  being the density anomaly with respect to the background stratification) after data calibration and computation with the formulae presented in Dalziel et al. (2007). The following Eq. 2 relates the apparent vertical displacement  $\Delta\zeta$  due to the refraction of the optical ray in crossing the tank, and the gradient of refractive index anomaly caused by the fluid displacement  $\frac{\partial n'}{\partial z}$ :



**Fig. 4** Sketch of the experimental apparatus for simultaneous SSC and PIV measurements. The *orange line* indicates the optical path of a light ray reaching the SSC camera. The *dotted orange line* indicates the path that would have been followed by the light ray, from a given pattern located at  $R$ , when the fluid was at rest in the tank (reference image taken just before the experiment starts). The *dashed line* indicates the direction from which the light ray diffused by the same

pattern seems to come from at a given time during the experiment. At this time, this pattern seems to be located at  $R'$ . The apparent displacement between  $R$  and  $R'$  is related to the 2D vertical displacements of fluid in the tank. The *blue line* indicates the optical path of the light emitted by the moving polystyrene particles, reaching the PIV camera. The  $y$  and  $z$  axes are to the right and vertically upwards, and the  $x$ -axis is perpendicularly crossing the page

$$\Delta\zeta = -\frac{1}{2}W\left(W + 2\frac{n_0}{n_a}B + 2\frac{n_0}{n_t}T\right)\frac{1}{n_0}\frac{\partial n'}{\partial z}, \quad (2)$$

where  $W = 50$  cm is the tank width,  $T = 1.5$  cm is the thickness of the tank walls,  $n_0 = 1.3332$ ,  $n_a = 1.00029$ , and  $n_t = 1.50000$  are the refractive indices of water, air, and of the bounding tank glass, respectively. To calculate the apparent displacement onto the mid-plane of the tank  $\Delta\zeta'$ , it is necessary to multiply the right-hand side of Eq. 2 by the ratio

$$\frac{L - B - \left(1 - \frac{n_a}{2n_0}\right)W - 2\left(1 - \frac{n_a}{2n_t}\right)T}{L - \left(1 - \frac{n_a}{n_0}\right)W - 2\left(1 - \frac{n_a}{n_t}\right)T}$$

where  $L = 9.61$  m is the total distance from camera to random pattern. The refractive index gradient is finally converted into density anomaly gradients using Eq. 3:

$$\nabla n = \frac{dn}{d\rho}\nabla\sigma = \beta\frac{n_0}{\rho_0}\nabla\sigma, \quad (3)$$

with  $\beta = \frac{\rho_0}{n_0}\frac{dn}{d\rho} \approx 0.184$  for saltwater (Weast 1981).

Figure 5a displays a raw  $\delta N^2$  field for a supercritical configuration in which two internal wave rays are emitted at the ridge locations where the slope of the ray and the slope of the topography are similar. The angles of the internal wave phase lines with respect to the horizontal are

opposite for the two beams and accord to the dispersion relationship for internal waves:

$$\omega = N \sin(\theta_{\text{down}, \omega}), \quad (4)$$

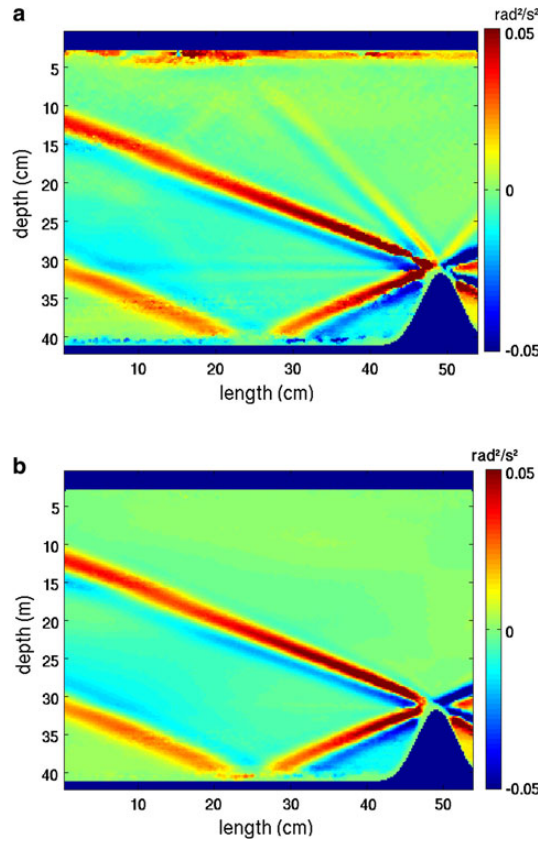
$$\omega = -N \sin(\theta_{\text{up}, \omega}), \quad (5)$$

where  $\theta_{\text{down}, \omega} > 0$  ( $\theta_{\text{up}, \omega} < 0$ ) is the angle of the internal wave ray with energy propagating downwards (upwards) and  $\omega = 2\pi/T$ , with  $T$  the period of the forcing.

The internal wave ray with energy initially propagating downwards reflects at the ground, before going upwards, parallel to the ray propagating initially upwards. Shallow mixing layers are observed at the free surface and at the bottom of the tank in this raw  $\delta N^2$  field. The slight observed widening of the ray away from the ridge, of order 2% over a distance of 10 cm, can be explained by weak viscous effects. A similar ray widening has been observed in direct numerical simulations of internal wave generation in a configuration identical to our laboratory experiments, using the Symphonie-NH model with molecular viscosity (Auclair et al. 2011; Floor et al. 2011). Peacock et al. (2007) performed an experimental study of internal waves generation over a 2D topography, that led to a very similar behavior. Their ray profiles behavior matched very well with the viscous theory of Hurley and Keady (1997).

A harmonic ray propagating upwards, oscillating at  $2\omega$  (the harmonic ray has therefore an angle  $\theta_{\text{up}, 2\omega}$  with respect





**Fig. 5** Raw field of  $\delta N^2$  in  $\text{rad}^2/\text{s}^2$ , (a) and the same field projected onto a Morlet wavelet of frequency  $\omega = 0.35 \text{ rad/s}$  (b) for an experiment with  $\omega = 0.35 \text{ rad/s}$  and  $N = 0.94 \text{ rad/s}$ , at time  $t = 10T$ . The horizontal and vertical resolution is 2 mm

to the horizontal), originates from nonlinear effects close to the topography, and reflects at the surface. Its amplitude never exceeds 10% of the fundamental ray amplitude. Such harmonic features will only propagate as rays, of angle  $\theta_{\text{up}, n\omega}$ , if  $n\omega < N$ , with  $n$  the harmonic number.

To evaluate the mechanical energy, it is necessary to compute the potential energy, more directly linked to the buoyancy variable  $b = -g\sigma/\rho_0$ . The first step is to perform a vertical integration of the  $\delta N^2$  field, to obtain a  $b_{\text{init}}$  field, set to 0 at a level  $z_m$ , located a few centimeters below the surface in order to avoid noise close to the surface, using Eq. 6:

$$b_{\text{init}}(x, z, t) = \int_{z_m}^z \delta N^2(x, z, t) dz. \quad (6)$$

For some experiments, the average of  $b_{\text{init}}$  over one period is not rigorously zero. In these cases, the running

average  $\langle b_{\text{init}} \rangle_T$  of  $b_{\text{init}}$  over one period is calculated in Eq. 7 and removed in Eq. 8:

$$\langle b_{\text{init}}(x, z, t) \rangle_T = \frac{1}{T} \int_{t-T/2}^{t+T/2} b_{\text{init}}(x, z, t) dt, \quad (7)$$

$$b(x, z, t) = b_{\text{init}}(x, z, t) - \langle b_{\text{init}}(x, z, t) \rangle_T. \quad (8)$$

The buoyancy anomaly field  $b(x, z, t)$ , resulting from the vertical integral of  $\delta N^2$ , is retrieved from Eq. 8. By definition, this buoyancy anomaly has a zero running average.

### 2.3 Particle image velocimetry

The fluid is seeded with 450- $\mu\text{m}$  diameter polystyrene particles for PIV measurements. These particles are lit by a 575-W metal halide lamp and a blue-colored filter over the whole width of the tank. The particle positions are recorded by the camera dedicated to PIV measurements, and images are processed with the same algorithm used to process SSc measurements in order to retrieve the horizontal ( $u(x, z, t)$ ) and vertical ( $w(x, z, t)$ ) velocity fields. The colors in Fig. 6a show the spatial pattern of the horizontal velocity component (the vertical velocity component exhibits a similar behavior). The main internal wave rays emitted downwards and upwards are also observed in that field, as well as the secondary beam.

## 3 Measurements validations

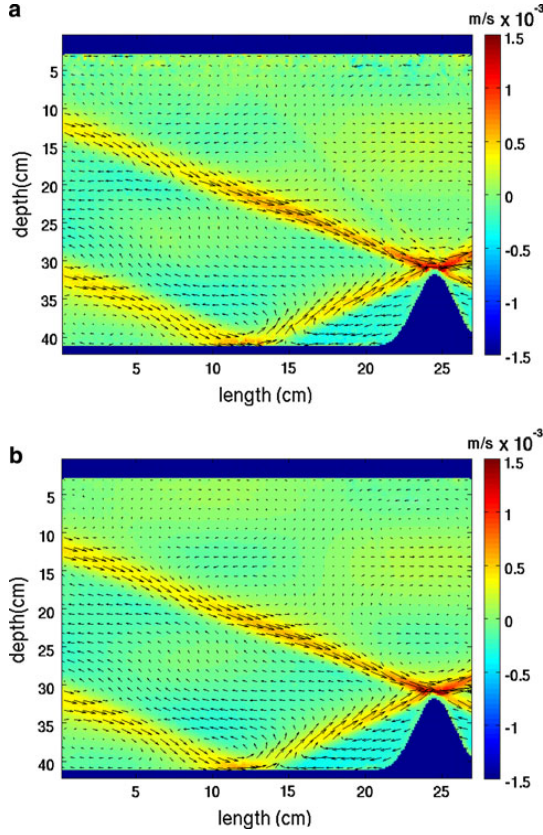
### 3.1 Checking of the dispersion relationship

It is expected that the oscillatory displacement of the ridge in a stratified fluid generates wave motions. It is necessary to check that these periodic fluid motions observed in the raw data (without any processing step) have an internal wave signature before going further in the energetics analysis.

Therefore, in the series of experiments with  $N = 0.98 \text{ rad/s}$ , the angle of the wave beam with respect to the horizontal is measured, in the  $\delta N^2$  fields (the same results would be obtained from velocity fields) to check the dispersion relationship. Figure 7 shows the evolution of  $|\sin(\theta_{\text{up}})|$  with respect to  $\omega/N$ , which is compared with theory.

For small values of  $\omega/N$ , up to 0.8, the ray angle corresponds well to the theoretical curve, indicating that the internal waves propagate in accordance with the linear theory. For the highest values of  $\omega/N$ , we observe a small deviation from the linear theory. For these experiments, the quasi-vertical internal wave rays are much wider than for



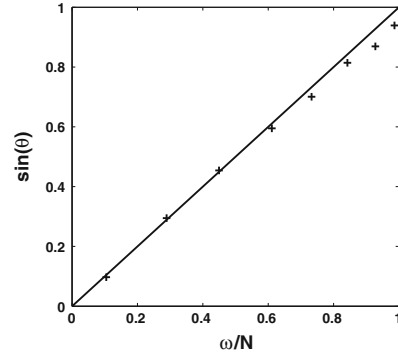


**Fig. 6** Raw field of  $u$  in m/s, **(a)** and the same field projected onto a Morlet wavelet of frequency  $\omega = 0.35$  rad/s **(b)** for an experiment with  $\omega = 0.35$  rad/s,  $N = 0.94$  rad/s, at time  $t = 10$  T. The total velocity field ( $u, w$ ) is indicated in *black arrows*. The resolution is 2 mm in the horizontal and vertical

experiments with smaller  $\omega/N$ , which complicates the task of measuring the ray angle with high accuracy. Also, as the ridge moves faster in that case, the stronger energy input could induce small nonlinear effects in the internal wave physics, slightly affecting its angle to the horizontal. As a whole, the internal wave signature is respected for this series of experiments in the raw data, which accounts for the fact that the main oscillatory physical phenomenon observed is the propagation of internal waves, but also that the experimental measurements are consistent with this physical behavior.

### 3.2 Comparison between SSc and PIV data

In order to ensure the consistency of independent PIV and SSc measurements and in order to validate the conversion of the apparent displacement into a buoyancy field in the SSc measurements, the equation that links the buoyancy



**Fig. 7** Dispersion relationship for a series of experiments of background frequency  $N = 0.98$  rad/s (*crosses*) and comparison with linear theory (*solid line*)

and vertical velocity fields in the steady linear regime is used (e.g., Vallis 2006, chapter 2):

$$i\omega\hat{b} + N^2\hat{w} = 0 \quad (9)$$

where  $\hat{b}$  and  $\hat{w}$  are the complex buoyancy and vertical velocity fields. In the linear regime, the phase of  $b$  is expected to be  $90^\circ$  lagged with respect to the one of  $w$  and the amplitude ratio should be  $N^2/\omega$ .

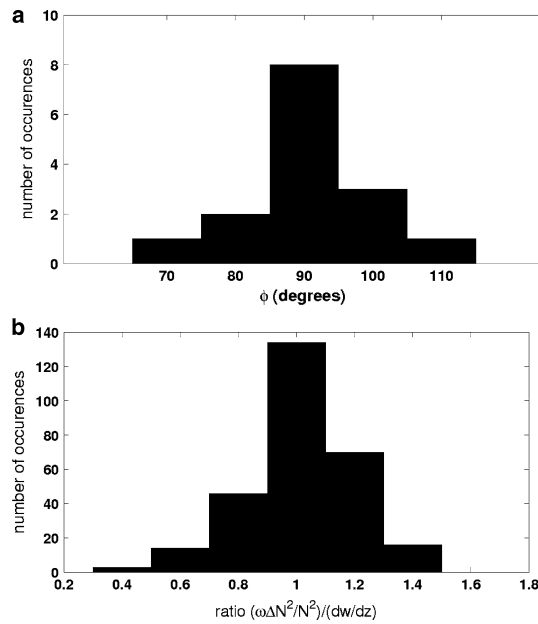
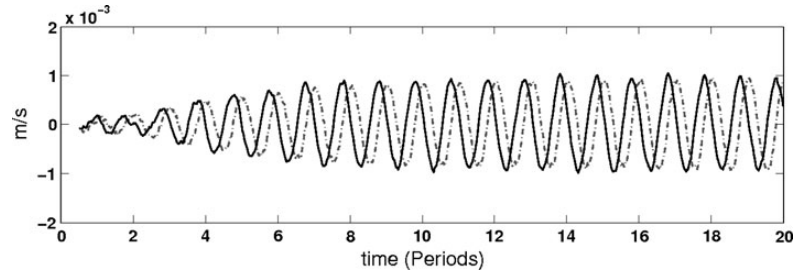
To verify that the time series of  $w$  and  $b\omega/N^2$ , at a given point inside the internal wave beam located 15 cm away from the top of the ridge, are plotted in Fig. 8. The time series of both variables show that the amplitude matching, as well as the phase lag, correspond well to what is predicted by Eq. 9.

From these curves, the mean lag  $\phi$  between the vertical velocity and buoyancy temporal evolutions is calculated. The histogram shown in Fig. 9a exhibits a peak centered at  $\phi = 90^\circ$ , as expected in the linear regime. The discrepancies observed could be linked to the presence of noise that affects the accuracy of the angle evaluation. Concerning the comparison of the amplitudes, the partial derivative of Eq. 9 with respect to the vertical coordinate directed upwards ( $z$ ) is used

$$i\omega\delta\hat{N}^2 + N^2\frac{\partial\hat{w}}{\partial z} = 0. \quad (10)$$

This equation enables us to retrieve anomaly fields for which the amplitude is easier to determine. The running means, over one period, of  $(\partial w/\partial z)^2$  and  $((\omega/N^2)\delta N^2)^2$  are calculated. The ratio of these functions is averaged over the last 10 periods, to ensure that the steady regime is reached. The calculation of this ratio is performed for about 10 points on the internal wave beam, located between 13.5 and 16.5 cm from the ridge, for each experiment, to get better statistics. Results are displayed on Fig. 9b and show that the value of the ratio is centered at 1. A slight

**Fig. 8** Time series of  $(\frac{\omega}{N^2})b$  (line) and  $w$  (dash-dotted line) for an experiment  $\omega = 0.97$  rad/s and  $N = 0.98$  rad/s at a given measurement point inside the internal wave ray



**Fig. 9** Histogram of the lag between  $b$  and  $w$  presenting a peak at  $90^\circ$  (a) and a histogram of the ratio  $\sqrt{\frac{(\frac{\omega}{N^2})\delta N^2}{(\frac{dw}{dz})^2}}$  presenting a peak at 1 (b)

disequilibrium toward higher values is observed that could be due to nonlinear effects inside the internal wave beam.

This comparison relying on the linear, Boussinesq, thermodynamics equation for any buoyancy oscillation confirms the consistency of independent PIV and SSc measurements, and therefore supports the calculations using Eqs. 6, 7, and 8 to get the buoyancy field from SSc measurements.

### 3.3 Comparison between synthetic schlieren data and conductivity measurements

In order to perform a complementary local validation of synthetic schlieren measurements and of the integration

method to get access to the buoyancy (or to the density anomaly) field, a conductivity sounding is performed at a fixed position inside the internal wave beam. A local averaging of the density anomaly  $\sigma$ , which was obtained from SSc measurements, is performed over a square of side length 1 cm, centered at the conductivity probe location, 10 cm away from the ridge, in the middle of the internal wave ray. The comparison between both time series is shown in Fig. 10. It is noticeable that the amplitude variations of both curves are similar and that there is no lag between them.

It has been shown that raw measurements show a good agreement with linear internal wave theory. Yet, for a first energetics approach, the signal has to be treated to concentrate on the main physical phenomenon containing the major part of the mechanical energy. Other physical features appearing in the experiments must therefore be filtered out for a better interpretation.

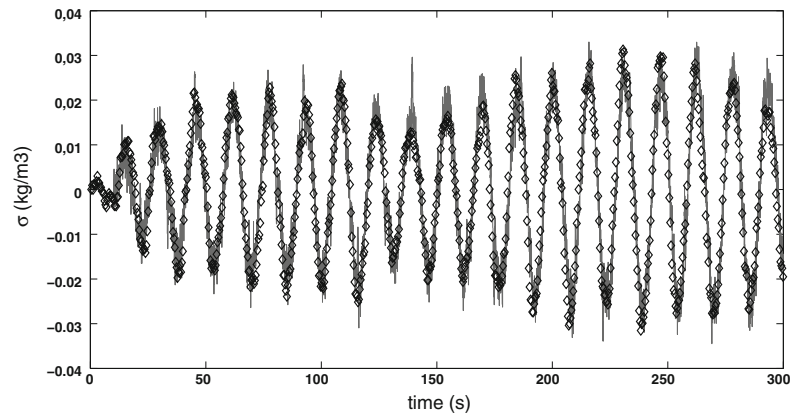
## 4 Combined wavelet and principal component analyses of the experimental fields

The objective of the filtering step is to compute the mechanical energy in a field displaying the main internal wave physical evolution. For that purpose, a combined wavelet and principal component analysis (PCA) are carried out. This method has revealed to be efficient at extracting frequency localized dynamical processes and “decorrelate” physically consistent structures, as shown in Pairaud and Auclair (2005).

### 4.1 Wavelet analysis

In the experiments performed, some mixing at the top and bottom of the tank, as well as harmonic rays are observed in raw  $\delta N^2$  (Fig. 5a) and velocity fields (Fig. 6a). The amplitude of harmonic internal waves (oscillating at  $2\omega$ ,  $3\omega$  ...) never exceeds 10% of the one of the fundamental internal waves (oscillating at  $\omega$ ). Thereby, the description of the main energetic behavior of internal waves can be led by focusing on the fundamental ray only.

**Fig. 10** Conductivity (gray line) and synthetic schlieren (diamonds) measurements of the density anomaly at one point in the middle of the up going ray



The wavelet analysis aims at extracting the field component oscillating at the forcing frequency  $\omega$ , by suppressing noise and nonlinear effects occurring at other frequencies. It is performed by projecting the velocities and buoyancy fields onto a Morlet wavelet centered at frequency  $\omega$ . This wavelet is a good compromise regarding the time frequency resolution, since it minimizes Heisenberg inequality owing to its Gaussian envelope  $\Delta\omega \times \Delta t = 1/2$ . Results of this projection are shown for the  $\delta N^2$  (Fig. 5b) and velocity (Fig. 6b) fields. The physical phenomena occurring at frequencies different from  $\omega$  have all been filtered out by this projection, and the main ray is conserved, showing that the chosen frequency window is adapted to the purpose of this filtering step.

#### 4.2 Principal component analysis

The wavelet analysis, performed over time, isolates physical processes occurring within a given frequency window centered at the forcing frequency. Inside this frequency window, the linear internal waves generated over the ridge are present, but there are also other phenomena such as the oscillation of the mean flow and reflected rays. Even though these remaining features are weak, it is worth filtering them by means of PCA analysis.

In fact, PCA analysis decomposes the spatiotemporal evolution of centered and multivariate fields in a few standing oscillations presenting high physical variability. To this purpose, the complex incomplete singular value decomposition (SVD) algorithm is used to extract the principal components of the signal (Björnsson and Venegas 1997). Each principal component is mathematically “decorrelated” from the other entire components by extracting the singular vectors of the space time wavelet matrix  $M$ , which is constructed as follows.

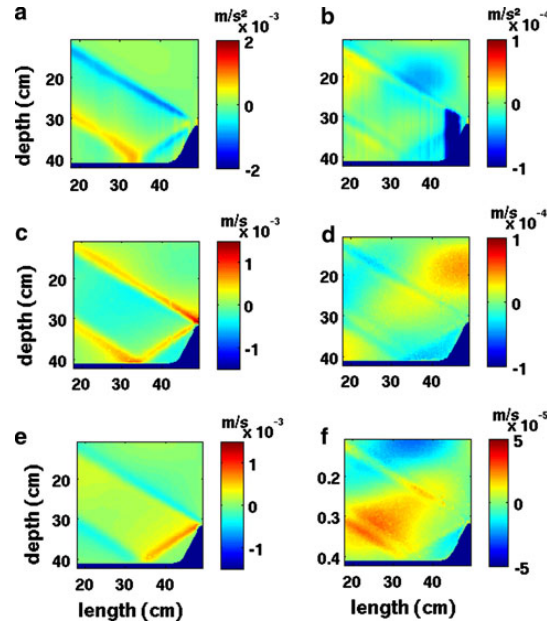
After the wavelet analysis, a time centering of each variable of the set  $b, u, w$  is carried out. In fact, PCA

analysis provides information about second-order moments only, what justifies constructing a centered distribution of variables. Then, for the purpose of a multivariate SVD, each variable is normalized by its standard deviation. At every time step, the spatial fields of the three variables are concatenated into a single column vector. The process is repeated at each time step, enabling to build the matrix  $M$  whose columns are spatial vectors, while rows are temporal vectors.

Once  $M$  is built, the SVD algorithm, truncated at rank  $n = 5$ , extracts orthogonal couples of spatial singular vectors (SSV)  $U_i$  and temporal singular vectors (TSV)  $V_i$ , ranked by decreasing associated variances  $S_i$ , with  $1 \leq i \leq n$ .  $M$  expresses from the singular vectors via  $M = \sum_i U_i S_i V_i^* + \varepsilon$ , where  $\varepsilon$  contains singular vectors of variance smaller than  $S_n$ . The construction of  $M$  permits a multivariate analysis, since the algorithm calculates not only the correlations within a measurement set, but also between the three variables  $b, u, w$  issued from two independent measurements sets. Finally the projection of  $b, u, w$  onto the given singular vector of rank  $i$  is retrieved from  $U_i S_i V_i^*$ , after a de-concatenation and a renormalization step.

In the present study, the patterns identified with this method are only those for which the variations of velocities and buoyancy fields are strongly coupled, as in internal waves fields, which is the physical feature extracted in this ultimate analysis step. The raw data are consequently split into mathematical modes whose physical signature must be checked.

Figure 11a, c, e show the first SSV for  $b, u, w$ , respectively, that contain 75.5% of the whole signal variance. The spatial patterns clearly indicate that the first SSV for the 3 variables corresponds to the fundamental internal wave field: an up going ray and a down going ray that is reflected upward at the ground are extracted. Figure 11b, d, f, show the second SSV that accounts for 13% of the total variance



**Fig. 11** First (left) and second (right) spatial singular vectors of the multivariate principal component analysis of the variables  $b$  (a, b),  $u$  (c, d), and  $w$  (e, f), after projection onto a Morlet wavelet for an experiment with  $\omega = 0.50$  rad/s and  $N = 0.94$  rad/s

and contains the rays that are reflected off the end of the tank back to the ridge that are much wider than the emitted rays. In fact, these reflected rays have not fully developed into sharp, narrow structures because the high normal modes ( $m > 4$ , where  $m$  is the mode number) associated with the ray take a longer time than the total experiment duration, to travel to the edge of the tank and back. Diffusive effects also play a role in the large width of the reflected ray in the second SSV, compared to the width of the emitted ray in the first SSV.

Therefore, the first SSV extracts only the structure of the emitted internal wave and no reflected rays nor a background flow. There is also a signature of the main beam in the second SSV, but it is very weak, so not much information is lost for this main beam when keeping only the first SSV. This first SSV is associated with the first TSV

shown in Fig. 12a, in which a progressive increase in the internal wave amplitude is remarkable; this is consistent with the fact that the main internal wave temporal and spatial structure are extracted in the first singular vectors. Therefore, only the first singular vectors will be considered in the next part. A possible relationship of the amplitude modulation of the second TSV and the intrinsic width of the forcing spectrum is discussed in the “Appendix”.

## 5 Mechanical energy

Once the internal waves have been spatially and temporally isolated in the experiments, a precise evaluation of the dependence of the emitted mechanical energy on  $\omega$ , in the present experiments, will be carried out. This will provide some insight into the role played by the relative values of the slope of the internal wave phase lines and the maximum topographic slope on the efficiency of energy conversions.

### 5.1 Governing equations

The mechanical energy per mass unit in a vertical section is expressed as follows:

$$e = ke + pe, \quad (11)$$

$$ke = \frac{1}{2} (u^2 + w^2), \quad (12)$$

$$pe = \frac{1}{2} \frac{b^2}{N^2}, \quad (13)$$

where  $ke$  and  $pe$  are the kinetic and potential energy in the linear case.

The equation leading the temporal evolution of the mechanical energy of internal waves can be written as

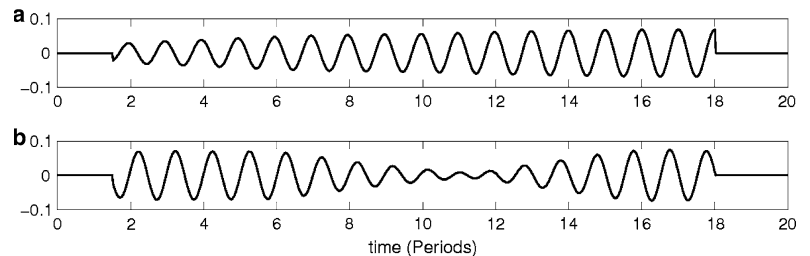
$$\frac{\partial e}{\partial t} + \text{div } \vec{j} = So + Si, \quad (14)$$

with the energy flux vector expressed in Eq. 15:

$$\vec{j} = p\vec{v}, \quad (15)$$

$p$  and  $\vec{v} = (u, w)$  are the pressure and velocity anomalies associated with internal waves. Here,  $So$  represents the

**Fig. 12** First (a) and second (b) temporal singular vectors of the multicomposite principal component analysis of the variables  $b$ ,  $u$ , and  $w$ , projected onto a Morlet wavelet, for an experiment with  $\omega = 0.50$  rad/s and  $N = 0.94$  rad/s, over 20 periods



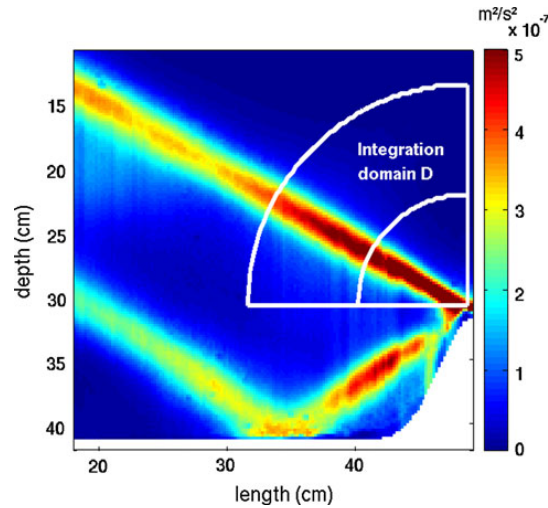
energy sources (forcing) and  $S_i$  represents the energy sinks (molecular and turbulent viscosity).

The conversion rate from the barotropic tide to the internal wave, calculated from the flux of  $\vec{J} = \langle \vec{j} \rangle_T$  ( $\langle \rangle_T$  indicates averaging over one period) through a control area containing the topography that has been widely studied, for different topographies and oceanic configurations (e.g., Pétrélis et al. 2006) and enables us to discuss the efficiency of the internal wave generation from the barotropic tide.

The approach of the present analysis is a bit different, since the aim is to compute the mechanical energy directly from the filtered high-resolution measurements of buoyancy and velocities. The conversion rate is more complicated to directly estimate experimentally, since pressure anomaly fields cannot be measured in a direct way, at a similar resolution.

### 5.2 Computation of the radiated mechanical energy

The presented results come from the analysis of the mechanical energy carried out for nine experiments at fixed background stratification  $N = 0.98$  rad/s and forcing frequency varying from  $\omega = 0.11$  to  $\omega = 0.97$  rad/s. Figure 13 shows the mechanical energy field for one experiment with  $\omega = 0.35$  rad/s after wavelet and PCA analyses. The internal wave structure is smoother in the up going beam than in the down going beam, which is a bit noisier due to the interaction with the ridge. In order to get a scalar quantity representing radiated mechanical energy available for mixing away from the generation zone that



**Fig. 13** Mechanical energy field  $e$  ( $\text{m}^2/\text{s}^2$ ) per mass unit, for  $\omega = 0.35$  rad/s,  $N = 0.94$  rad/s,  $t = 10$  T. The area included between the 2 quarters of circles is the integration region

can be used to compare different experiments (from quasi-horizontal to quasi-vertical beam), the mechanical energy is integrated over an area  $D$  containing part of the up going beam. The area  $D$  neither includes the generation zone nor the top reflection zone. The mechanical energy is calculated over this area using Eq. 16:

$$E(D) = \frac{1}{\Delta x \Delta z} \iint_{x,z \in D} e(x,z) dx dz \quad (16)$$

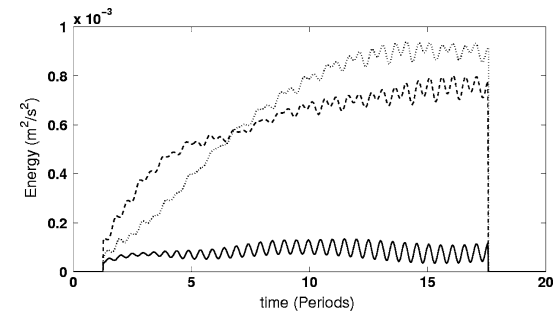
$E(D)$  is the mechanical energy summed over the area  $D$ . Therefore, the ray length, over which the integration is performed, is constant over all experiments.

### 5.3 Temporal evolution of the integrated mechanical energy

The generation of topographic internal gravity waves can be viewed as the superposition of vertical normal modes that propagates away from the ridge at different phase speeds, progressively organizing into an internal wave ray (Gill 1981).

Figure 14 displays the temporal evolution of the integrated mechanical energy for 3 different forcing frequencies, over 20 periods. The internal wave generation process can be split between a transient regime in which vertical modes bring more and more energy, and a steady regime for which the mechanical energy remains constant. It is noticeable that the time needed to generate an internal wave with steady amplitude depends on the forcing frequency as discussed in Sect. 5.3.1. The value of the mechanical energy reached in the steady regime varies from  $10^{-4}$  to  $10^{-3}$   $\text{m}^2/\text{s}^2$  with varying  $\omega$ .

In the linear, nonrotating theory, the potential and kinetic contributions to the mechanical energy are equal (e.g., Gill 1981, Sects. 6.7 and 8.6). This equipartition is verified in seven out of nine experiments, for which the potential energy contribution varies between 50 and 55% of the total mechanical energy. For the two experiments



**Fig. 14** Time series of the integrated mechanical energy for  $N = 0.98$  rad/s and  $\omega = 0.44$  rad/s (line),  $\omega = 0.72$  rad/s (dashed) and  $\omega = 0.91$  rad/s (dotted), over 20 periods



with  $\omega/N < 0.3$ , the potential energy contribution is close to 60%. This slight disequilibrium may be linked to the relatively long duration of these two experiments at low frequency. Background temperature undergoes fluctuations in the course of the experiments that may modify the density field. Overall, the equipartition between kinetic and potential contributions is quantitatively respected.

Note also that, a higher frequency modulation of period  $T/2$  is superimposed on this general behavior, which is linked to the variations of  $b^2$ ,  $u^2$  and  $w^2$ .

### 5.3.1 Transient regime

In order to improve the understanding of the internal wave energy transfers in a steady regime, the estimation of the mechanical energy has to be performed after the transient regime, even if it is necessarily performed inside a finite time window in the laboratory experiments.

The duration of the transient regime must therefore be evaluated. For this purpose, the first temporal singular vector, featuring the physical evolution of the internal wave, is studied. The steady regime is considered to be reached when the magnitude value of the temporal singular vectors equals 85% of the averaged magnitude value in the three last periods. The duration of the transient regime is displayed in Table 1, showing that it ranges between 3.5 and 10 periods. It must be pointed out that the evolution of this duration with  $\omega$  is an interesting physical feature to focus on. Since it is directly linked to the efficiency of the superposition of normal modes bringing energy to the wave (studied in Munroe and Lamb 2005), it enables a deeper understanding of internal wave physics. The dependence of the group velocity  $c_g$  (the velocity of propagation of mechanical energy inside the internal wave ray) on both the ray angle and wave number may help explain the observations in transient regime.

Under the assumption that the internal wave field is linear, monochromatic, and in a nonrotating frame, the group velocity is expressed as  $c_g = N|\cos(\theta)|/\|\vec{k}\|$ , where

**Table 1** Estimated duration of the transient regime, for experiments with  $N = 0.98$  rad/s

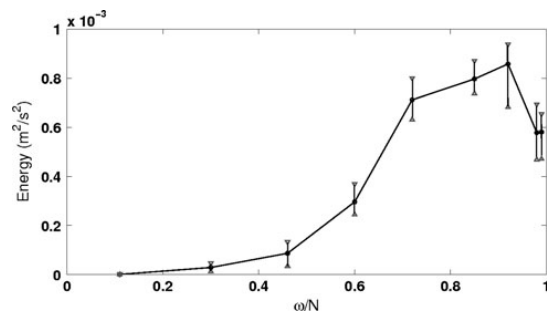
$\omega$ (rad/s)	Transient regime duration (periods)
0.44	3.4
0.60	10.2
0.72	7.9
0.83	5.0
0.91	9.5
0.97	9.8
0.98	9.1

$\|\vec{k}\|$  is the wave number modulus. At fixed  $N$ ,  $c_g$  only depends on the ray angle  $\theta$ , imposed by the forcing frequency and on the wave number modulus  $\|\vec{k}\|$ , controlled, by the ridge geometry for a given ray angle. In the case of a Gaussian ridge, the two parameters have opposite effects on  $c_g$ . It is indeed observed in the series of experiments that when the ray angle gets closer to the vertical, both  $\cos(\theta)$  and  $\|\vec{k}\|$  decrease. As a consequence, no direct conclusion can be drawn for the evolution of the group velocity that results from the topographically controlled structure of the ray. This study is not in the scope of this article and would require a dedicated experimental and/or numerical set of experiments. However, it can be noticed in Table 1 that the duration of the steady regime reaches a local minimum. This minimum could be associated with a local maximum of  $c_g$ .

These results allow us to assume that after ten periods, the steady regime is reached. Therefore, the following results will focus only on the last ten periods of the experiments.

### 5.3.2 Steady regime

The studied set of experiments covers the three observed regimes in the internal waves generation, namely the supercritical ( $s_{IW} < s_r$ ), the near-critical ( $s_{IW} \cong s_r$ ), and the subcritical ( $s_{IW} > s_r$ ) regimes, where  $s_r = 67^\circ$  is the maximum slope of the ridge and  $s_{IW}$  is the slope of the internal wave. The slope of the internal wave reaches the maximum slope of the ridge for a nondimensional forcing frequency  $\omega/N = 0.92$ . The evolution of the mechanical energy reached in the steady regime with omega is plotted on Fig. 15. For increasing  $\omega$ , the integrated mechanical energy inside the beam increases in the supercritical regime, with  $s_{IW}$  getting closer to  $s_r$ . For  $0.1 < \omega/N < 0.5$ , the slope



**Fig. 15** Evolution of the averaged mechanical energy ( $\text{m}^2/\text{s}^2$ ) in the steady regime with respect to the nondimensional forcing frequency for experiments with  $N = 0.98$  rad/s. Top (bottom) triangles display the maximum (minimum) value obtained in the steady regime

increases slightly, while a steeper increase is observed for  $0.5 < \omega/N < 0.7$ . After this sudden increase, the mechanical energy saturates in the near-critical regime, reaching a maximum between  $\omega_{ncr, inf}/N = 0.75$  and  $\omega_{ncr, sup}/N = 0.95$  approximately. This range contains the critical nondimensional forcing frequency  $\omega_c/N$ . In the subcritical regime ( $\omega/N > 0.95$ ), for the two experiments performed in that case, the calculated mechanical energy is significantly smaller than the one reached in the near-critical regime.

## 5.4 Discussions

### 5.4.1 Qualitative interpretation of the maximum ( $\omega_{ncr, inf} < \omega < \omega_{ncr, sup}$ )

The role played by the group velocity in the energy transfers from the ridge oscillation to internal waves has been outlined in the study of the transient regime; in fact, it is also necessary to tackle its influence on the mechanical energy in the steady regime. For discussion, let us assume a constant energy flux  $So$  from the moving ridge to the stratified fluid, and that, for a Gaussian ridge, the group velocity reaches a maximum with varying  $\omega$ , as inferred from Table 1. For the frequency corresponding to that maximum, during a time interval  $\Delta t$ , the energy  $So \times \Delta t$  transferred from the ridge to the stratified fluid is transported away in the internal wave ray faster than for all other frequencies and is spread over a larger surface after  $\Delta t$ . Consequently, in the given area  $D$ , the mechanical energy would be the smallest for the maximum group velocity.

However, in the context of the present experiments, the energy flux  $So$  also varies with  $\omega$ ; therefore, no straightforward conclusion can be drawn concerning the role played by the group velocity on the maximum mechanical energy observed.

In the present study, the focus is put on the role played by the ridge geometry on the maximum reached in the near-critical regime. It has been theoretically proven (Hurley and Keady 1997) that in the supercritical and near-critical cases, internal waves are generated at the position of the ridge where the local slope equals the internal wave slope. For  $s_{1W} \cong s_r$ , there is a relatively large region on the topography, close to the inflection point, for which the local ridge slope is similar to  $s_{1W}$ , imposing fluid displacements in the direction of the internal wave beam. This region can be seen as an assembly of internal wave generation zones. The oscillations originating from these generation zones constructively interfere to create the internal wave, which is more energetic than in the supercritical case, for which this generation region is far less spread.

### 5.4.2 Energetic saturation in the supercritical regime ( $\omega < \omega_{ncr, inf}$ )

In addition to the constructive interference that are less efficient in the supercritical regime than in the near-critical regime, the energetic saturation of internal waves generated in the supercritical regime can moreover explain the relative inefficiency of the energy transfers in the supercritical case. Nycander (2005) described this energetic saturation in the case of the forcing by a barotropic tide: to displace a fluid parcel along the ridge of local slope  $s_1$ , kinetic energy provided by the tide is required. The fluid parcel is vertically displaced over a distance of  $\delta z \sim s_1 U / \omega$ , where  $U$  is the tidal velocity. The associated variation of potential energy per mass unit is therefore  $\Delta ep \sim g \Delta \rho / \rho_0 \delta z \sim U^2 (s_1 N / \omega)^2$ . On the other hand, the kinetic energy provided by the tide scales as  $\Delta ec \sim U^2$ . Therefore, if  $s_1 > \omega/N$  everywhere in the ridge, i.e., if the supercritical regime is reached, there is not enough kinetic energy in the barotropic tide to lift the particle, which limits the efficiency of the energy conversion from the forcing to the internal wave. This interpretation is consistent with the mechanical energy increase from supercritical to near-critical values of  $\omega/N$ . In the present study, the fluid parcel displacement is induced by the ridge oscillation and not by the barotropic tide; however, an equivalent demonstration can be made by replacing the tidal velocity  $U$  by  $\omega \times (d_0/2)$ .

In the supercritical regime, a change of slope is observed in the evolution of mechanical energy at  $\omega/N = 0.5$ . It may be caused by the energy transferred from the ridge oscillation to potential higher harmonics. On the one hand, indeed, for  $\omega/N > 0.5$ , no propagating harmonic beam is allowed, so all the energy transferred to internal waves is transported in the fundamental ray. But on the other hand, although the fundamental ray contains the major part of mechanical energy for  $\omega/N < 0.5$ , a part of it is transported away in the filtered propagating harmonic rays, what could explain the weakening of the fundamental beam energy.

Note that in the supercritical regime, a down going beam is also emitted, that carries a similar amount of mechanical energy as the up going beam. However, the main interest is in the mechanical energy available for mixing away from the ridge inside a given beam that justifies focusing on the mechanical energy in the up going beam only, in the supercritical case.

### 5.4.3 Subcritical to near-critical transition ( $\omega_{ncr, sup} \leq \omega$ )

It has been shown in the theoretical study of Voisin et al. (2010) that the energy flux associated with the wave reaches a maximum for  $\omega_{sub, max}/N = 0.87$  in experiments of wave generation by a flat ridge (subcritical for any imposed  $\omega$ ) oscillating in a stratified fluid. In the present

experiments, the ridge aspect ratio imposes a critical transition for a frequency  $\omega_c > \omega_{\text{sub, max}}$ . Therefore, when  $\omega$  progressively decreases in the subcritical regime, the critical transition at  $\omega = \omega_c$  occurs *before* reaching  $\omega = \omega_{\text{sub, max}}$ . When the latter value is eventually reached, the generated internal waves are no longer subcritical and the subcritical assumption used in the study of Voisin et al. (2010) is not valid anymore. Nonetheless, a maximum in the mechanical energy is reached, but one can suppose that it happens at  $\omega \neq \omega_{\text{sub, max}}$ . The important role of  $s_r$  in the subcritical to near-critical transition is thereby highlighted; the maximum ridge slope affects the efficiency of the energy transfers from the ridge oscillation to internal wave, since it affects the frequency for which the energy transfers are the most efficient. Experiments with a flatter ridge (leading to  $\omega_c < \omega_{\text{sub, max}}$ ) would be useful to confirm this assumption. Moreover, for this steep ridge, no harmonics are generated in the near-critical and subcritical regimes, whereas in the oceanographic context the ridges are generally much flatter, thereby allowing propagation of harmonics, whose energetic contribution would be interesting to estimate.

#### 5.4.4 Comparisons with other studies

The behavior of the mechanical energy in the present experiments is also consistent with the analysis performed by Munroe and Lamb (2005), who studied the influence of the Gaussian seamount aspect ratio and height in part 4.3 of their article. They verified that the linear theory prediction of the energy flux evolving as  $h^2$  in the subcritical case is correct. They outlined the fact that in both the near-critical and supercritical regimes, the energy flux does not follow a power rule of evolution with  $h$ . Moreover, they show that the dependence of the total energy flux with  $h$  is the highest in the near-critical case, indicating that topographies with  $s_{\text{IW}} \cong s_r$  are likely to play an important role in the generation of internal gravity waves. Additionally, Floor (2009) showed that in these regimes, although the conversion from barotropic to baroclinic tide evolves as  $h^{2.5}$ , the internal wave energy flux does not follow a power rule of evolution. While in the present article the varying parameter is  $\omega$  instead of  $h$ , a similar interpretation can still be carried out; the focus is put on the relative values of  $s_{\text{IW}}$  and  $s_r$  that are equivalently controlled by  $h$  at fixed e-folding width  $a$  and forcing frequency  $\omega$  or by  $\omega$  at fixed  $a$  and  $h$ . The particular energetic behavior illustrated by the maximum of mechanical energy in the near-critical regime is also obvious.

Previous interpretations focus on the influence of the relative values of  $s_{\text{IW}}$  and  $s_r$  on the energy transfers; however, Dohan and Sutherland (2005) gave another clue concerning the efficiency of the energy transfer linked to

internal waves, using a combined numerical/experimental approach. Their experimental protocol consisted in the generation of internal waves from a turbulent mixed region generated at the top of the tank by the oscillation of a grid. The power spectrum in Fig. 6 in their article, computed from numerical simulations, exhibits a narrow peak corresponding to downward-propagating internal waves with angles of propagation  $\theta = 45^\circ$ . This behavior is confirmed by the dominant frequencies appearing in their experiments performed (Fig. 7 in their article) ranging close to  $\theta = 45^\circ$ , which is also the theoretical angle of maximum vertical flux of horizontal momentum carried by the waves. This angle corresponds to a nondimensional wave frequency  $\omega/N = \sqrt{2}/2 \cong 0.71$ , which falls close to the supercritical to the near-critical transition in the present experiments. The high efficiency of vertical transport of horizontal momentum at this frequency may also contribute to the increase in mechanical energy of the internal wave in the near-critical regime, observed in the present experiments, in addition to the topographic effects mentioned in the previous interpretation.

## 6 Conclusion

Complementary high-resolution SSc and PIV measurements have been used for the first time to estimate mechanical energy radiate as internal waves from a controlled oscillation of a Gaussian ridge in a linearly stratified fluid. Measurements have been carefully validated. A projection of raw data onto the forcing frequency has been carried out to extract physical oscillations at the fundamental frequency that contains the major part of the mechanical energy, using wavelet analysis, while multivariate PCA analysis enabled the extraction of the main internal temporal and spatial structure. The mechanical energy was calculated and its evolution was split between a transient regime, whose typical duration was evaluated, and a steady regime. In the latter, the mechanical energy was averaged and plotted as a function of the forcing parameter  $\omega/N$ . The evolution of the mechanical energy in the different regimes, and more particularly the maximum reached in the near-critical case, has been highlighted. These results were discussed and compared with results from previous works, outlining the important role of near-critical topographies in the energy conversions.

Future works could interestingly extend these results by performing laboratory experiments and/or numerical simulations at constant energy flux. Such studies would permit to describe the role played by the group velocity, which is partly controlled by the topography shape, on the energy transported away by the internal wave rays. Laboratory experiments in a larger tank would also allow to use a



wider ridge and to observe the propagation of harmonics beams in addition to the fundamental beam, which could be particularly relevant to the oceanographic context.

**Acknowledgments** This work has been supported by LEFE-IDAO Program “ondes et marées interne dans l’océan” (LEFE-IDAO-07/29) and ANR “TOPOGI-3D” contract (ANR-05-BLAN-0176). We thank B. Beaudoin, A. Belleudy, J.-C. Boulay, B. Bourdelles, J.-C. Canonici, S. Lassus-Pigat, F. Murguet, M. Morera, and H. Schaffner of the CNRM-GAME (URA1357, METEO-FRANCE and CNRS) fluid mechanics laboratory, as well as J. Gil for their kind support during the experiments. We also wish to thank F. Pêtrélis for helpful discussions as well as R. Montroy.

## Appendix

### Internal wave amplitude modulation and potential relationship to the forcing spectrum

The principal internal wave temporal field evolution is extracted from the first TSV (Fig. 12a). In addition to this general behavior, an amplitude modulation of the internal wave beam appears in the second TSV (Fig. 12b). As described in the next section, this phenomenon may be related to the intrinsic width of the peak in the forcing spectrum.

In the series of experiments, this modulation pattern has an approximate period of  $T_m = 1/f_m = 16T$ . One hypothesis is that this amplitude variation results from the interferences of two waves of close frequency  $f_1$  and  $f_2 = f_1 + \Delta f$  with  $\Delta f/f_1 \ll 1$ . These interferences lead to an oscillation centered at  $f_c = (f_1 + f_2)/2$ , whose amplitude is modulated at a frequency  $f_m = \Delta f/2$ .

Figure 3b displays the Fourier transform of an experiment of forcing period  $T = 61.2$  s. The peak at the forcing frequency has a finite width of  $\Delta f_{pk} \simeq 0.0015$  Hz (at the ordinate for which the amplitude equals 0.2) similar to  $\Delta f = 1/8T = 0.002$  Hz. The good matching between these 2 values indicates that the width of the forcing spectrum may cause a modulation of the internal wave amplitude.

## References

- Auclair F, Estournel C, Floor J, Hermann M, N’Guyen C, Marsaleix P (2011) A non-hydrostatic, energy conserving algorithm for regional ocean modelling. In press, Ocean modelling
- Balmforth NJ, Peacock T (2009) Tidal conversion by supercritical topography. *J Phy Oceanogr* 39(8):1965
- Balmforth NJ, Ierley GR, Young WR (2002) Tidal conversion by subcritical topography. *J Phys Oceanogr* 32:2900–2914
- Bell T (1975a) Lee waves in stratified flows with simple harmonic time-dependence. *J Fluid Mech* 67(feb25):705–722
- Bell T (1975b) Topographically generated internal waves in open ocean. *J Geophys Res* 80(3):320–327
- Björnsson H, Venegas SA (1997) A manual for EOF and SVD analyses of climatic data. C<sup>2</sup>GCR report, no. 97.1
- Dalziel SB, Hughes GO, Sutherland BR (2000) Whole-field density measurements by ‘synthetic schlieren’. *Exp Fluids* 28(4):322–335
- Dalziel SB, Carr M, Sveen JK, Davies PA (2007) Simultaneous synthetic schlieren and PIV measurements for internal solitary waves. *Meas Sci Technol* 18:533
- Dohan K, Sutherland BR (2005) Numerical and laboratory generation of internal waves from turbulence. *Dyn Atmospheres Oceans* 40(1–2):43–56
- Floor JW (2009) Energetics of internal tide generation, propagation and dissipation. Ph.D. thesis. University of Toulouse Paul Sabatier
- Floor JW, Auclair F, Marsaleix P (2011) Energy transfers in internal tide generation, propagation and dissipation in the deep ocean. In press, Ocean modelling
- Gerkema T, Zimmerman J (1995) Generation of nonlinear internal tides and solitary waves. *J Phys Oceanogr* 25(6):1081–1094
- Gill AE (1981) Atmosphere-ocean dynamics. In: International geophysics series, vol 30. Academic Press
- Gostiaux L, Dauxois T (2007) Laboratory experiments on the generation of internal tidal beams over steep slopes. *Phys Fluids* 19(2):028102
- Gostiaux L, Didelle H, Mercier S, Dauxois T (2007) A novel internal waves generator. *Exp Fluids* 42(1):123–130
- Holloway PE, Merrifield MA (1999) Internal tide generation by seamounts, ridges, and islands. *J Geophys Res* 104(C11):25,937–25,951
- Hurley DG, Keady G (1997) The generation of internal waves by vibrating elliptic cylinders. Part 2. Approximate viscous solution. *J Fluid Mech* 351(-1):119–138
- Ihle CF, Dalziel SB, Nino Y (2009) Simultaneous particle image velocimetry and synthetic schlieren measurements of an erupting thermal plume. *Meas Sci Technol* 20:125402
- King B, Zhang HP, Swinney HL (2009) Tidal flow over three-dimensional topography in a stratified fluid. *Phys Fluids* 21(11):116601
- Knigge C, Etling D, Paci A, Eiff O (2010) Laboratory experiments on mountain-induced rotors. *QJR Meteorol Soc* 136:442–450
- Laurent L, Stringer S, Garrett C, Perrault-Joncas D (2003) The generation of internal tides at abrupt topography. *Deep-Sea Res Part I* 50:987–1003
- Mathur M, Peacock T (2009) Internal wave beam propagation in non-uniform stratifications. *J Fluid Mech* 639:133–152
- Meunier P, Lewke T (2003) Analysis and minimization of errors due to high gradients in particle image velocimetry. *Exp Fluids* 35(5):408–421
- Munk W, Wunsch C (1998) Abyssal recipes II: energetics of tidal and wind mixing. *Deep Sea Res Part I Oceanogr Res Pap* 45(12):1977–2010
- Munroe J, Lamb K (2005) Topographic amplitude dependence of internal wave generation by tidal forcing over idealized three-dimensional topography. *J Geophys Res-Oceans* 110(C2):C02001
- Nycander J (2005) Generation of internal waves in the deep ocean by tides. *J Geophys Res* 110:C10028
- Nycander J (2006) Tidal generation of internal waves from a periodic array of steep ridges. *J Fluid Mech* 567:415
- Pairaud I, Auclair F (2005) Combined wavelet and principal component analysis (WEof) of a scale-oriented model of coastal ocean gravity waves. *Dyn Atmospheres Oceans* 40(4):254–282
- Peacock T, Echeverri P, Balmforth NJ (2007) An experimental investigation of internal tide generation by two-dimensional topography. *J Phys Oceanogr* 38(1):235

- Pétrélis F, Smith SL, Young WR (2006) Tidal conversion at a submarine ridge. *J Phys Oceanogr* 36:1053–1071
- Ray RD, Mitchum GT (1996) Surface manifestation of internal tides generated near Hawaii. *Geophys Res Lett* 23:2101–2104
- Smith SGL, Young WR (2002) Conversion of the barotropic tide. *J Phys Oceanogr* 32:1554–1566
- Smith SGL, Young WR (2003) Tidal conversion at a very steep ridge. *J Fluid Mech* 495:175–191
- Sveen JK, Dalziel SB (2005) A dynamic masking technique for combined measurements of PIV and synthetic schlieren applied to internal gravity waves. *Meas Sci Technol* 16:1954
- Tailleux R (2009) On the energetics of stratified turbulent mixing, irreversible thermodynamics, Boussinesq models and the ocean heat engine controversy. *J Fluid Mech* 638(-1):339–382
- Vallis GK (2006) *Atmospheric and oceanic fluid dynamics*. Cambridge University Press, New York
- Voisin B, Ermanyuk EV, Flor JB (2010) Internal wave generation by oscillation of a sphere, with application to internal tide. In press, *J Fluid Mech*
- Weast RC (1981) *Handbook of chemistry and physics*, 62nd edn. CRC Press, Boca Raton
- Winters KB, Young WR (2009) Available potential energy and buoyancy variance in horizontal convection. *J Fluid Mech* 629:221



## Chapitre 4

# Génération primaire d'ondes internes solitaires dans la pycnocline

J'aborde dans ce chapitre le cas d'un fluide composé de deux couches homogènes en densité séparées par un saut de densité. Ce type de stratification est le cas le plus simple permettant l'étude d'ondes internes quasi-interfaciales. C'est un modèle idéalisé de l'océan représentant la pycnocline et la couche de mélange en faisant abstraction de la stratification de l'océan profond. Il permet de décrire les cas où la pycnocline est très marquée relativement à la stratification dans l'océan profond, comme par exemple en mer de Sulu.

La première partie de ce chapitre, en anglais, est sous la forme d'un article portant sur la génération primaire d'ondes internes dans une pycnocline étudiée à partir de simulations numériques [Dossmann *et al.*, 2012a]. L'influence de la forme de la topographie est en particulier mise en évidence. La seconde partie de ce chapitre présente les résultats obtenus dans des expériences de laboratoire conçues à l'aide des résultats numériques de la première partie. Ces expériences permettent de confirmer les résultats numériques mais aussi de compléter ces derniers dans des régimes fortement non-linéaires qui ne sont pas accessibles par la simulation numérique. Les résultats numériques et expérimentaux présentés permettent notamment d'étudier la formation et la propagation de paquets d'ondes solitaires.

### 1 Article : "Topographically induced internal solitary waves in a pycnocline : primary generation and topographic control"

#### Résumé

Les ondes internes solitaires provoquent des déplacements verticaux pouvant atteindre la centaine de mètres à la base de la couche de mélange océanique. Ces ondes modifient les propriétés physiques et biologiques de l'océan superficiel, et peuvent perturber les opérations offshore. Afin d'améliorer les outils de prévisions de telles

ondes d'une part, et la paramétrisation de la couche de mélange océanique dans les modèles couplés océan-atmosphère d'autre part, il est nécessaire de mieux comprendre leur mécanisme de génération.

L'objectif de cet article est de décrire la génération d'ondes internes solitaires dans la pycnocline, par l'interaction entre la marée et une dorsale océanique. Ces ondes solitaires peuvent être générées par l'interaction directe entre la marée barotrope et la dorsale, on parle dans ce cas de génération primaire. Un autre mécanisme, nommé génération locale ou génération secondaire, repose sur l'interaction entre un rayon d'onde interne généré sur la dorsale océanique et la pycnocline océanique. Des résultats de simulations numériques directes utilisant le modèle d'océanographie côtière Symphonie-NH sont utilisés dans cet article pour identifier les paramètres physiques contrôlant la génération primaire d'ondes solitaires. La dynamique de propagation de ces ondes solitaires est bien reproduite par un schéma numérique utilisant l'équation KdV, montrant qu'une approche unimodale reposant sur l'équilibre entre les effets non-linéaires et dispersifs est bien adaptée pour décrire la propagation des ondes solitaires à l'interface de deux couches à densité constante.

Finalement, le rôle joué par la topographie est mis en avant en comparant différentes formes de mont. Un critère de sélection spatial  $\lambda_{nd} = 1$ , où  $\lambda_{nd}$  est la longueur d'onde interfaciale divisée par la largeur du mont, est proposé pour prévoir la génération d'ondes solitaires de grande amplitude.

## 1.1 Introduction

The interactions of internal waves of tidal frequency with sharp density gradients, such as the thermocline in the ocean, are likely to involve important isopycnal displacements. In fact, propagating isopycnal troughs that are tidally emitted in the ocean thermocline have been observed in numerous locations. Nonlinear internal solitary waves packets of tidal frequency, called also internal solitary waves, can travel over hundreds of kilometers, before breaking or having radiated all their energy down to the underlying stratified fluid. The stability of internal solitary waves (hereafter ISW) relies on the balance between nonlinear and non-hydrostatic (dispersive) effects. Nonlinear effects provoke the steepening of high amplitude interfacial waves, and in the process they transfer energy to smaller spatial scales. Non-hydrostatic effects prevent the high amplitude wave from collapsing by dispersing down the numerous wavelengths present in the wave front [e.g. *Gerkema and Zimmerman*, 2008]. These remarkably stable waves are carrying supposedly important, concentrated amount of energy away from their generation zone. Consequently, they can play a role in the redistribution of energy in the ocean.

The propagation of these waves is associated with velocity shears enhancing turbulence and mixing at the bottom of the ocean mixed layer. These dynamical processes need to be taken into account to properly represent the evolution of this layer evolution [see *Kantha and Clayson*, 1994]. Moreover, the strong currents and velocity shears carried by these waves are potentially hazardous to offshore operations, such as oil and gaz drilling operations [*Hyder et al.*, 2005]. The structure of ISW also has a biological impact since important vertical velocities induced by ISW at the thermocline strongly affect the plankton dynamics close to the ocean surface [*Lai et al.*, 2010].

## 1. ARTICLE : "TOPOGRAPHICALLY INDUCED INTERNAL SOLITARY WAVES IN A PYCNOCLINE : PRIMARY GENERATION AND TOPOGRAPHIC CONTROL"

---

Therefore, the physical processes controlling the generation and propagation of ISW are a crucial point of study, for a better understanding of their impact on the mixed layer. Quantifying these processes can help to improve ocean and coupled atmosphere-ocean models and develop forecasting tools to the benefit of climate research and sea users.

In particular, the mechanism by which high amplitude interfacial waves are initiated must be clearly identified. A first generation process is the direct interaction between a barotropic tide and the ocean floor, such as a continental shelf or an oceanic ridge. This interaction may trigger high amplitude vertical displacements that evolve into ISW. The term "Primary generation" is coined to describe the generation of ISW by this process. It has been widely observed in the ocean in areas such as in the Sea of Sulu where ISW of 100-meter amplitude have been measured using thermistors chains 200 kms away from their generation location at Pearl Bank [Apel *et al.*, 1985]. At the same period, Pingree and Mardell [1985] measured ISW of 50 m amplitude in the Celtic Sea, relying on a thermistor chain located 25 km away from the shelf break. Gerkema [1994] performed a theoretical study based on the Boussinesq equations for a fluid with two layers of constant densities, considering explicitly the tide-topography interaction, in which he highlighted some relevant parameters controlling the generation of high amplitude ISW. The comparison between the numerical resolution of these equations and the aforementioned in situ observations gave satisfactory results. In particular, the author noticed a strong dependence of ISW generation on the topographic shape at Pearl Bank.

A different type of ISW generation process has been convincingly described by New and Pingree [1990, 1992], using observations in the Bay of Biscay, 150 kms away from the shelf break. By tracing back the path followed by the internal wave ray, they showed that ISW are generated by the impinging on the pycnocline of the ray generated over the shelf. In that case, internal waves present both a ray and an interfacial structure, contrary to the primary generation of ISW that have essentially an interfacial structure. The local or secondary generation of ISW (as opposed to primary generation) is not tackled in the present article.

Our study relies on direct numerical simulations (i.e. without any turbulent closure scheme), using the nonhydrostatic version of the coastal oceanography model Symphonie-NH [Auclair *et al.*, 2011], complemented with an analytical approach. This model is used to perform simulations of the primary generation process presented above, at the laboratory scale by the sinusoidal oscillation of a ridge with a given shape, in a two-layer stratification. The choice to work on a small scale has been made in order to compare numerical results with on-going laboratory experiments, but also to work at high resolution, thereby avoiding the use of parameterizations.

The purpose of our work is manifold. We aim at studying the structure of the generated high amplitude waves with a particular focus on the nonlinear/dispersive balance and also to rigorously identify the simulated waves as solitary waves using a propagating Korteweg-de Vries (KdV) scheme. Finally, in order to better forecast the generation of energetic ISW at the ocean scale it is necessary to better understand the role played by the topography in the primary generation process.

In section 1.2, we present the numerical configuration adopted for this study. Section 1.3 deals with the role of nonlinear and dispersive effects on the ISW shape.

Section 1.4 describes the comparison of the numerical outputs, with a simple and an extended KdV scheme. In section 1.5, we discuss the different regimes observed when varying the ridge width. Conclusions are drawn in section 1.6.

## 1.2 Numerical and physical configuration

Simulations are performed using the nonhydrostatic version of the regional oceanic circulation Symphonie-NH. The reader may refer to *Auclair et al.* [2011] for a substantial description of the model, for which we recall the main characteristics here.

### General features of the numerical model

Symphonie-NH relies on the set of non-rotating, non-hydrostatic Boussinesq equations, with a linear equation of state for density. The discretization of the set of equations is carried out onto the Arakawa-C grid in the horizontal, and onto time-dependent, 'terrain and free surface following', regularly spaced, s-levels in the vertical direction.

In order to potentially allow a realistic barotropic forcing of the fluid, free surface boundary conditions are used, while no slip conditions are used at the bottom of the fluid. The temporal discretization, based on a centered leap-frog scheme, relies on a separated computation of the faster, barotropic processes associated with the free surface motions, with an external time step  $t_e$ , and a slower, baroclinic processes in the inner fluid, with an internal time step  $t_i = n \times t_e$ , with  $n$  typically varying between 2 and 8. This 'mode splitting' algorithm, proposed by *Blumberg and Mellor* [1987], permits to reduce computational costs, while describing both the fast surface and the slower inner fluid evolutions. The discretized set of Boussinesq equations used in this model are energy-conserving, as shown in *Floor* [2009] and *Floor et al.* [2011].

### Configuration

Simulations are performed in a vertical plane, using a 2D version of the model in a vertical plane ( $Oxz$ ), with  $x = 0$  at the ridge average position, and  $z = 0$  at the free surface, average position. No transverse velocities, no transverse advection and no transverse diffusion are modelled. Parallelization of the model is carried out on 16 processors, by splitting the domain of horizontal length  $L$ , in subdomains of equal size  $L/16$  with the MPI interface.

Molecular diffusions of salinity and momentum are used, hence they are explicitly modeled without any turbulence schemes. Barotropic fluid motions are forced via the oscillation the ridge according to  $x_m(t) = A \cos(2\pi t/T)$ , where  $x_m(t)$  is the horizontal position of the center of the ridge,  $(A, T)$  are the forcing amplitude and period. The ridge oscillates in an initially non-moving fluid, using a moving floor implemented in the model. This choice has been made in order to facilitate comparisons with ongoing laboratory experiments carried out in the CNRM-GAME large stratified water flume [e.g. *Knigge et al.*, 2010].

A set of direct numerical simulations of internal waves generation over topography is performed using this model. The configuration presented in figure 4.1 is adopted.

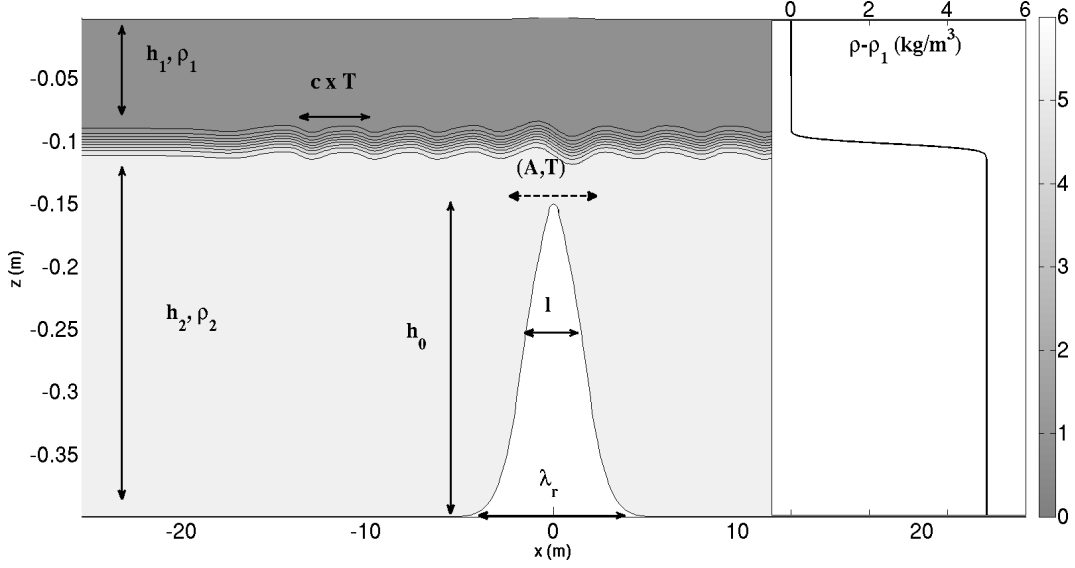


FIGURE 4.1 – *Left : Symphonie output for the density field : 8 isopycnal lines at  $t = 4T$ . The density difference between two isopycnals is  $\delta\rho = 0.6 \text{ kg/m}^3$ . Right : Initial density profile.*

The stratified fluid, composed of a light upper layer of depth  $h_1 = 9.25 \text{ cm}$  and density  $\rho_1 = 1000 \text{ kg/m}^3$  and a denser bottom layer of depth  $h_2 = 29.25 \text{ cm}$  and density  $\rho_2 = \rho_1 + \Delta\rho$  is initially at rest. The density stratification is controlled via salinity, at fixed temperature. The initial thickness of the continuous interface is  $d$ , so that the total depth equals  $H = h_1 + h_2 + d = 40 \text{ cm}$ . The domain length  $L$  varies between 50 m and 200 m depending on the interfacial wavelength.

At  $t = 0$ , the sinusoidal oscillation, at a period  $T$ , of a ridge of maximum height  $h_0 = 25 \text{ cm}$  and varying width and shape forces the fluid displacement.

The horizontal resolution is  $dx = 10 \text{ cm}$  and 100  $s$ -levels are used, corresponding to an average resolution of 4 mm in the vertical direction. Although the horizontal resolution of the model is large compared to the mixing scales, the physical features observed have scales larger than the resolution and the relative stability of the generated waves substantially prevent an energy cascade towards scales smaller than the wavelength. Comparisons between a couple of simulations, one at  $dx = 1 \text{ cm}$  and the other at  $dx = 10 \text{ cm}$ , confirmed this assumption. Only the mixing features in the vicinity of the ridge are better represented at  $dx = 1 \text{ cm}$ , while the observed waves were similar.

Physical parameters are varied in a range that enables to cover several regimes of interfacial wave generation. In particular, we focus on the impact of the forcing amplitude, the wavelength (controlled by the forcing period and the density jump between the two layers) and the ridge shape. Table 4.1 summarizes the range of parameters used in this study.



Designation	Name	Value or range
<b>Fluid</b>		
Fluid depth	$H$ (m)	0.4
Domain length	$L$ (m)	[51.2; 204.8]
Upper layer depth	$h_1$ (cm)	9.25
Upper layer density	$\rho_1$ (kg/m <sup>3</sup> )	1000
Bottom layer depth	$h_2$ (cm)	29.25
Interface thickness	$d$ (cm)	1.5
Reference density	$\rho_0$ (kg/m <sup>3</sup> )	1000
Density jump	$\delta\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )	[2; 150]
Kinematic viscosity	$\nu$ (m <sup>2</sup> /s)	$10^{-6}$
Salinity diffusivity	$K_s$ (m <sup>2</sup> /s)	$10^{-9}$
Coriolis force	$f$ (rad/s)	0
<b>Topography and forcing</b>		
Ridge height	$h_0$ (cm)	0.25
Gaussian ridge e-folding width	$l$	1; 2
Sinus ridge bottom width	$\lambda_r$ (m)	9
Forcing amplitude	$A$ (cm)	[2; 20]
Forcing period	$T$ (s)	[5; 60]
<b>Deduced waves parameters</b>		
Linear longwave speed	$c^*$ (m/s)	[0.04; 0.3]
Theoretical linear wavelength	$\lambda$ (m)	[2; 22]
Nondimensional wavelength	$\lambda_{nd}$	[0.2; 2.4]
Nonlinearity parameter	$\epsilon$	[0.006; 0.06]
Dispersion parameter	$\delta$	[0.01; 2.4]
<b>Numerical model parameters</b>		
Horizontal resolution	$dx$ (cm)	10
Average vertical resolution	$dz$ (cm)	0.4
External time step	$\Delta t_e$ (s)	$3.21e^{-4}$
Internal time step	$\Delta t_i$ (s)	$1.28e^{-3}$

TABLE 4.1 – *Numerical and physical parameters*

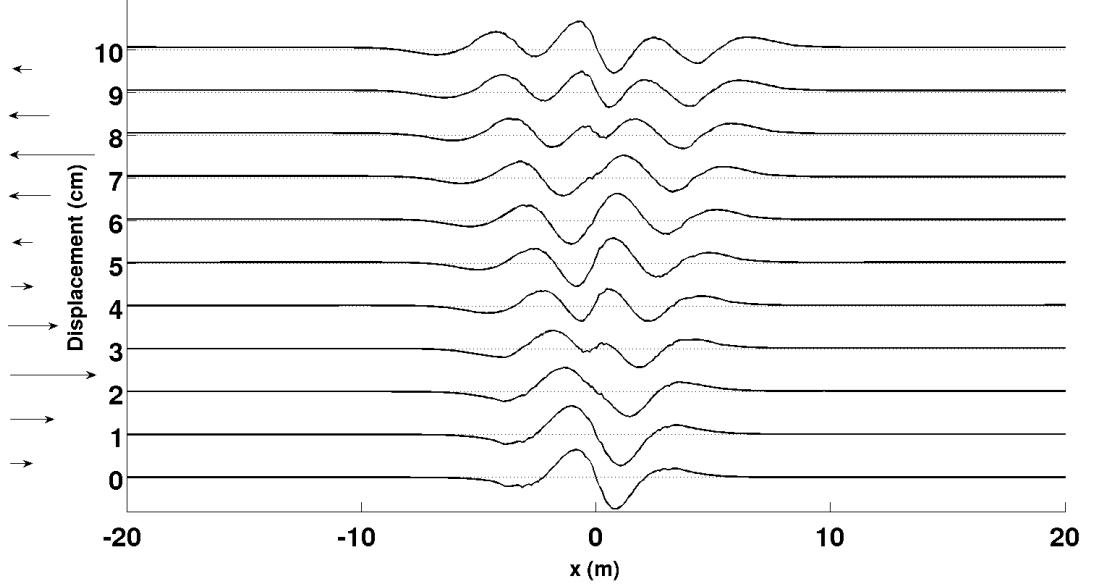


FIGURE 4.2 – *Mid-pycnocline isopycne ( $\rho = 1002.5\text{kg/m}^3$ ) position at  $t = 1; 1.1; \dots; 2T$  in *Sim0*, from bottom to top. Arrows on the left-hand side indicate the ridge speed.*

### 1.3 Nonlinearity/dispersion balance

#### Nondimensional parameters

To introduce the different regimes of interfacial wave generation, we perform simulations using a steep Gaussian ridge of formula

$$h(x) = h_0 \exp\left(-\left(x/l\right)^2\right), \quad (4.1)$$

with  $l = 2$  m.

The ISW stability relies on the balance between nonlinear effects that steepens the propagating waves and non-hydrostatic effects that disperse and flatten the waves, preventing their breaking. When these two effects balance each other, stable ISW can propagate over hundreds of kilometers in the ocean before breaking. In fact, primarily generated ISW have mainly an interfacial behavior that prevents energy leaking to the lower fluid, as opposed to secondarily generated ISW presenting an intertwined interfacial and ray behavior, as shown in *Gerkema* [2001]. In our approach, the same non-dimensional parameters that appear in the set of forced rotation-modified Boussinesq equations derived by *Gerkema* [1994] are adopted, namely  $\epsilon$  and  $\delta$  to describe the nonlinearity and the non-hydrostaticity of the waves, respectively.  $\epsilon$  and

Simulation designation	$\epsilon$	$\delta$	Ridge type
<b>Sim0</b>	0.012	0.476	Gaussian
<b>Sim1</b>	[0.006...0.062]	0.476	Gaussian
<b>Sim2</b>	0.062	0.019	Gaussian
<b>Sim3</b>	0.062	0.238	Gaussian
<b>Sim4</b>	0.062	0.476	sinusoidal
<b>Sim5</b>	0.062	0.066	Gaussian
<b>Sim6</b>	0.062	0.066	sinusoidal
<b>Sim7</b>	0.062	[0.068...1.192]	Gaussian
<b>Sim8</b>	0.062	[0.015...1.192]	Gaussian

TABLE 4.2 – *Nondimensional parameters and ridge shape for the simulations.*

$\delta$  are given by equations (4.2) and (4.3) :

$$\epsilon = \frac{A h}{l H}, \quad (4.2)$$

$$\delta = \left( \frac{H\omega}{c} \right)^2, \quad (4.3)$$

$$c^* = \sqrt{g \frac{\Delta\rho}{\rho_0} \frac{h_1 h_2}{H}}, \quad (4.4)$$

where the parameters  $A, h, l, h_1, h_2, \Delta\rho, \rho_0$  and  $\omega$  are defined in table 4.1.  $c^*$  is the linear longwave speed for a wave propagating at the interface between two fluids of depth  $h_1$  and  $h_2$ , with a density jump  $\Delta\rho$  between the upper and the bottom layers.

$\epsilon$  is proportional to the horizontal forcing amplitude times the characteristic ridge slope, which is linked to the conversion efficiency from horizontal to vertical displacement by the ridge.  $\delta$  stands for the relative value of the fluid depth and the interfacial wavelength. In the limit of small  $\delta$ , the fluid is relatively shallow compared to the wavelength : the hydrostatic approximation can be made and dispersive effects are neglected. For higher values of  $\delta$ , the wavelength is short compared to the fluid depth. Non-hydrostatic effects are strong enough to disperse propagating interfacial waves, by accelerating longer wavelengths.

### Nonlinear effects

First, a simulation **Sim0** with a relatively small amplitude forcing  $A = 4$  cm is shown in figure 4.1 after four forcing periods. Table 4.2 recalls the non-dimensional parameters of an experiment, as well as the type of ridge used. The back and forth oscillation of the ridge provokes the emission of two interfacial waves per tidal period, propagating horizontally leftwards and rightwards. Figure 4.2 displays, from bottom to top, the evolution of the isopycnal displacement in the middle of the pycnocline between  $t = 1$  T and  $t = 2$  T. The arrows to the right indicate the ridge speed, which changes direction after half a period. In the course of half a period, the pycnocline is displaced upwards ahead of the ridge and downwards in the lee of the ridge. Hence,

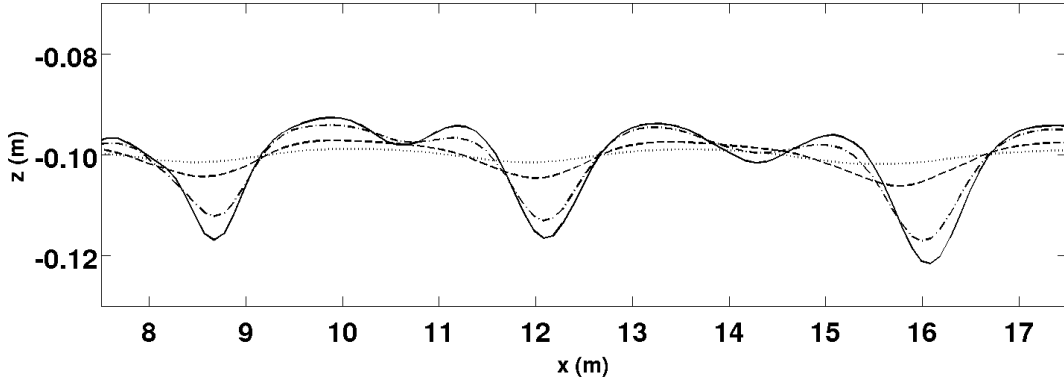


FIGURE 4.3 – *Mid-pycnocline isopycne displacement in **Sim1**, zoomed on two wavelengths to the right of the ridge, at  $t = 5 T$ , for  $\delta = 0.47$  and  $\epsilon = 0.006$  (dotted line),  $\epsilon = 0.018$  (dashed line),  $\epsilon = 0.037$  (dashed-dotted line),  $\epsilon = 0.056$  (plain line). Nonlinearity increases as  $\epsilon$  increases.*

in the linear case, one wavelength of the leftwards (resp. rightwards) propagating interfacial wave is generated every period to the left (resp. to the right), of the ridge. The measured phase speed of the wave is in good accordance with  $c^*$ , which confirms that the generated waves are indeed interfacial internal waves.

In **Sim0**, the generated waves present a mostly sinusoidal shape and a phase speed close to the predicted value by linear theory, indicating that nonlinear effects are hardly present at such amplitude. In order to study nonlinear effects in the interfacial wave, a series of 10 simulations with increasing  $A$ , called **Sim1**, is performed. The remaining parameters in **Sim1** are the same as in **Sim0**. The vertical displacement of the isopycne initially located at the center of the pycnocline is displayed in figure 4.3, after five forcing periods. For clarity, only four typical simulations of **Sim1** are displayed here. Periodic structures are observed in the four cases, with a constant wavelength close to the theoretical wavelength  $\lambda = c^* \times T$  calculated in the linear longwave limit. The observed vertical displacement is associated with the propagation of interfacial waves generated by the oscillation of the ridge and is potentially nonlinear.

For  $\epsilon = 0.006$  (dotted line), the isopycnal displacement is close to sinusoidal, indicating mostly linear propagating interfacial waves. Nonlinear effects appear in a clearer way for  $\epsilon = 0.018$  (dashed line), as the depth of the troughs sharply increases, while tops remain flat. The wave structure, which is a sequence of broad, flat tops followed by narrow deep troughs, is similar to the cnoidal waves presented in figure 1.4 in the thesis of *Gerkema* [1994].

From  $\epsilon = 0.037$  (dashed-dotted line), a depression starts digging the wave tops, and deepens for  $\epsilon = 0.056$  (plain line). This sequence of troughs, directed towards the thicker layer, is typical of a solitary waves train. In fact, the celerity of propagation of solitary waves increases for increasing depth [e.g. *Dauxois and Peyrard*, 2006]. Therefore, two solitary wave troughs of the same train are always ranked by increasing depth in the direction of propagation as seen in figure 4.3 for the two highest values of  $\epsilon$ .

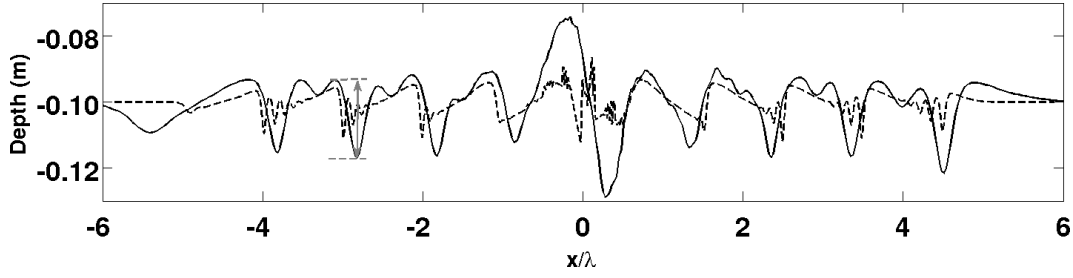


FIGURE 4.4 – *Mid-pycnocline isopycne displacement in **Sim1** ( $\epsilon = 0.062$ ,  $\delta = 0.47$ , plain line) and in **Sim2** ( $\epsilon = 0.062$ ,  $\delta = 0.02$ , dashed line), at  $t = 5 T$ .  $x$  is divided by the linear interfacial wavelength  $\lambda$  to facilitate the comparison between the two experiments. The ISW depth measured in section1.5 is indicated in grey.*

### Dispersive effects

Along with showing the role of an increasing nonlinearity, figure 4.3 also illustrates the competition between nonlinear and dispersive effects in the interfacial wave. In fact, for the smallest values of  $\epsilon$ , non-hydrostatism is sufficiently strong to stabilize the steep wave by dispersive effects, which leads to a series of deep, periodic troughs. Then, with increasing  $\epsilon$ , dispersive effects are too weak to oppose the nonlinear steepening of the waves. Thus, the nonlinear wave disintegrates into a sequence of depth-ranked troughs, for each of which the balance between nonlinear and dispersive effects is sustained.

Figure 4.4 displays two cases of ISW generation with different  $\delta$ , while  $\epsilon$  is kept constant. The plain line shows the isopycnal displacement in the middle of the pycnocline for **Sim1** ( $\epsilon = 0.062$ ,  $\delta = 0.47$ ), at  $t = 5 T$ . In **Sim2** ( $\epsilon = 0.062$ ,  $\delta = 0.02$ , dashed line), the forcing period is increased to  $T = 300$  s, thereby increasing the interfacial wavelength, while the other parameters are identical to **Sim1**.

The difference between the wave structures is remarkable. Although the ridges are identical and oscillate at the same amplitude in the two cases, the longer wavelength imposed in **Sim2** causes a relative weakening of dispersive effects in the interfacial wave with respect to **Sim1**. The wave thereby disintegrates in periodic trains of four small amplitude troughs ranked by increasing depth in the direction of propagation. An interesting comparison can be made with the expected number of solitons  $N$ , expressed in terms of  $\epsilon$  and  $\delta$  in equation (4.5), obtained by *Gerkema* [1994] in the frame of the nondimensional inviscid forced Boussinesq equations :

$$N = \frac{1}{2} \left( \sqrt{1 + \frac{6a\epsilon(1-2\alpha)}{\mu^2\delta}} + 1 \right), \quad (4.5)$$

with  $a = 0.25$ , the typical nondimensional ISW depth in **Sim2**,  $\alpha = h_1/H$  and  $\mu^2 = \alpha(1-\alpha)$ .

Using this expression, one finds  $N = 5$  for the parameters of **Sim2**, which is close to the four troughs observed in the isopycnal displacements. The lower number of troughs in **Sim2** may be explained by viscous effects that are present in numerical

simulations and that tend to smooth the wave. In fact, as the scale of the isopycnal trough gets closer to the spatial resolution, smaller scales features cannot be represented. The effect of the relatively loose resolution is to dissipate energy that is normally present at smaller scale, with a similar effect as viscous dissipation. The matching between the expected number of solitons and the number of troughs in the set of simulations is satisfactory, as the difference never exceeds 1. Therefore, this comparison indicates that the parameters  $\epsilon$  and  $\delta$  are relevant and sufficient to forecast the structure of an existing solitary wave, relying on equation (4.5).

**Sim1** and **Sim2** illustrate the role of the balance between nonlinear and non-hydrostatic effects on the structure of propagating, high amplitude, interfacial waves generated over an oscillating ridge. In order to quantitatively confirm that these nonlinear, dispersive waves do propagate as solitary waves, it is useful to compare their evolution away from the ridge, with the resolution of a theoretical equation which solutions are identified as solitary waves. In the present configuration of quasi-unidimensional, nonlinearly propagating interfacial waves, a relevant equation for this test is the Korteweg-de Vries (hereafter KdV) equation. In fact, the comparison can help to check whether the simulated waves are solitary waves.

#### 1.4 Numerical model versus KdV scheme

##### KdV equation

We consider a two-layer fluid with an upper (resp. bottom) layer of depth (resp.) and density (resp.) separated by an infinitely thin interface. The KdV equation (4.6) enables to describe unidirectional interfacial wave subject to nonlinear and dispersive effects :

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + c^* \frac{\partial \eta}{\partial x} + \frac{3}{2} \frac{h_1 - h_2}{h_1 h_2} c^* \eta \frac{\partial \eta}{\partial x} + \frac{1}{6} h_1 h_2 c^* \frac{\partial^3 \eta}{\partial x^3} = 0, \quad (4.6)$$

where  $\eta(x, t)$  is the interfacial displacement. The first two terms of the KdV equation describe the linear propagation of the interfacial displacement, at the linear longwave speed  $c^*$  to the right. The third term accounts for the nonlinear character of the wave in the form of a supplementary advection at a speed proportional to the wave amplitude. This is consistent with the fact that solitary waves are ordered by increasing depth in a train as deeper waves are advected faster. If only the first three terms are taken into account, the generated wave continuously steepens and eventually breaks. The last term, while dispersing the steepened front, permits to stabilize the wave. Note that the non-dimensional parameters  $\epsilon$  and  $\delta$  introduced in section 1.3 respectively describe the strength of the advective and dispersive terms. In order to solve numerically the KdV equation (4.6), a centered scheme is used for horizontal derivation, with a time-advancing scheme. A parameterized diffusive term is added to sponge out the effects of numerical discretization.

##### Lowest-order KdV scheme

Figure 4.5a shows the isopycnal displacement in the center of the pycnocline  $\eta(x, 2T)$  after two forcing periods for **Sim3**, identical to **Sim1** except for the density jump which is increased to  $\Delta\rho = 10\text{kg/m}^3$ .

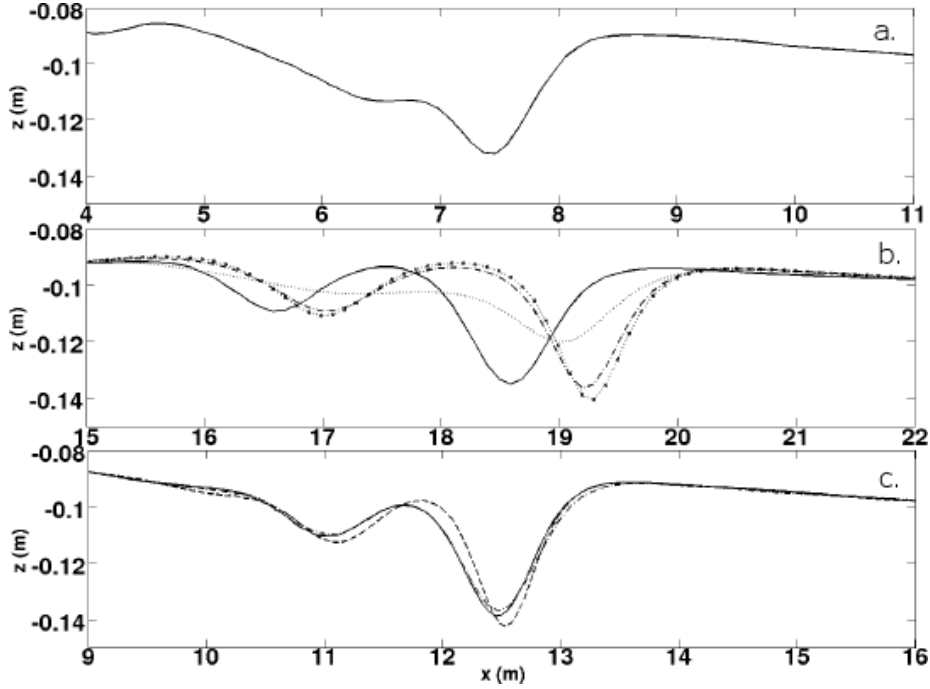


FIGURE 4.5 – *a. Mid-pycnocline isopycne ( $\rho = 1005\text{kg/m}^3$ ) in **Sim3**, zoomed on one wavelength to the right of the ridge, at  $t = 2T$ . b. Plain line : same as a. but at  $t = 4T$ . Output of the simple KdV scheme, with  $\nu_{num} = 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$  (dotted/plus),  $\nu_{num} = 10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}$  (dashed),  $\nu_{num} = 10^{-3} \text{ m}^2/\text{s}$  (dotted), at  $t = 4T$ . The isopycnal displacement in **Sim3** is close to the simple KdV scheme output with  $\nu_{num} = 10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}$ . c. Plain line : same as a. but at  $t = 3T$ . Output of the simple KdV scheme (dashed) and of the extended KdV scheme (dashed/dotted), at  $t = 3T$  (both schemes used  $\nu_{num} = 10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}$ ). The extended KdV scheme permits to refine the structure of the interfacial wave, that is closer in shape to **Sim3** compared to the simple KdV scheme. The extended KdV scheme is less stable than the simple one, and starts to diverge after  $2T$ .*

At  $t = 2T$ , the wave begins to disintegrate in two steep troughs due to nonlinear effects. The interfacial displacement  $\eta(x, 2T)$  is used as an initial condition for the discretized KdV scheme. On figure 4.5b is shown the isopycnal displacement  $\eta(x, 4T)$ , obtained in **Sim3**, as well as the output of the KdV scheme with different numerical diffusive coefficients  $\nu_{num}$ , at the same time step. The resemblance between **Sim3** and the KdV scheme output with  $\nu_{num} = 10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}$  is strong. In fact, the first trough of the wave, which was already formed at  $t = 2T$ , has a similar structure in both models. Moreover, the second trough of the train that was not established at  $t = 2T$ , is present in the KdV model and exhibits a similar shape as in **Sim3**. Hence, nonlinear and dispersive terms of the KdV equation reproduce with a satisfactory accuracy the transient dynamics of a high amplitude wave formation in the chosen configuration.

The horizontal position offset observed between **Sim3** and KdV with  $\nu_{num} =$

$10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}$  is due to the calculation of  $c^*$  in the second member term of the KdV equation, assuming a zero thickness interface. In fact, the pycnocline is of finite thickness, what modifies the celerity of propagation of interfacial waves [e.g. *Camassa and Tiron, 2010*]. Yet, this horizontal position offset does not substantially affect the wave structure.

The generation of bidirectional interfacial waves by the tide-topography interaction, as performed by *Gerkema* [1994], is not represented by the KdV model. However, the comparison with this relatively simple theoretical model can highlight the effects of nonlinear advection and dispersion once a unidirectional wave is propagating away from the ridge.

One can conclude that the theoretical model KdV and the direct numerical simulations are in good agreement regarding the evolution of the isopycnal displacements in the pycnocline away from the ridge, whose physics is mainly led by the balance between dispersive and nonlinear effects.

### Extended KdV scheme

The KdV equation (4.6) is derived under the assumption that both nonlinear and dispersive terms are weak in front of the linear wave propagation. In the case of **Sim3**, the depth of the isopycnal trough approximately equals  $h_1/2$  causing potentially strong nonlinear effects. In order to represent nonlinear effects with a better accuracy, one extended version of the KdV equation including the next-order nonlinear advective term is used [e.g. *Gerkema and Zimmerman, 2008*] :

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + c^* \frac{\partial \eta}{\partial x} + \frac{3}{2} \frac{h_1 - h_2}{h_1 h_2} c^* \eta \frac{\partial \eta}{\partial x} + \frac{1}{6} h_1 h_2 c^* \frac{\partial^3 \eta}{\partial x^3} - \frac{3}{8} c^* \eta^2 \frac{h_1^2 + 6h_1 h_2 + h_2^2}{8(h_1 h_2)^2} = 0 \quad (4.7)$$

The fifth member of the equation (4.7) is the second-order component of the nonlinear advection. The coefficient in front of this term is always negative, causing a leftwards contribution. Figure 4.5c indeed shows that the additional nonlinear term slows down and spreads the propagating wave, enabling to retrieve a closer structure to **Sim3**. In a nutshell, the balance between the first order nonlinear and dispersive terms in the KdV equation is sufficient to model the general dynamic of high amplitude waves in the pycnocline, while the second order nonlinear term allows to refine the structure of the small scale features of the wave.

In conclusion, the comparison between **Sim3** and the simple and extended KdV schemes confirms that nonlinear and nonhydrostatic effects are the leading actors of the high amplitude interfacial wave dynamics described in section 1.3. The theoretical expression of these two effects in the KdV equation, which describe solitary waves propagation, permits to retrieve the interfacial wave dynamics simulated with *Symphonie-NH* with a really good accuracy. Hence, it is assumed that the tide-topography interaction leads, in a certain range of physical parameters, to the generation of internal solitary waves.

Now that it is confirmed that solitary waves are generated at the pycnocline, an important concern is to clarify the influence of the topography shape. In a recent work, *Maas* [2011] showed by modeling a simple back-and-forth barotropic flow over a topography in a linearly stratified fluid, there exists a large class of ridge shape for which the generation of internal wave rays is quasi-absent. He proposed a geometrical



interpretation of this mechanism, based on the structure of the emitted internal wave rays. This surprising result invites to focus on the role of topography shape on the waves generated in the two homogeneous layer configuration studied in the present article. In particular, the question of whether high amplitude waves can be prevented on certain topography is of particular importance in the oceanic context.

## 1.5 Topographic control

### A topographic criterion for ISW primary generation

The objective of this section is to understand better the influence of the topography shape on ISW regimes. The role of the ridge shape in ISW generation is crucial in various aspects. First, the ridge typical slope controls the amplitude of the interfacial waves. In fact, as the ridge slope increases at fixed height, the conversion from horizontal to vertical fluid displacement becomes larger, leading to interfacial waves of higher amplitude. Moreover, the closer the ridge top is from the interface, the more efficient the vertical interfacial forcing is. The combined effects of the ridge slope and top position are described in  $\epsilon$ . Therefore one can expect a ridge of steep slope with a top relatively close to the interface to be an efficient generator of high amplitude ISW.

In order to assess the role of the topographic shape, **Sim1** is compared with **Sim4**, for which the ridge shape  $h(x)$  is one period of a sinus of wavelength  $\lambda_r = 9$  m :

$$h(x) = \frac{1}{2}h_0 \left( 1 + \cos\left(\frac{x}{\lambda_r}\right) \right). \quad (4.8)$$

Figure 4.6a displays the shape of the Gaussian and sinusoidal ridges used in **Sim1** and **Sim4**, respectively. Note that the values of  $\lambda_r$  and  $h_0$  are chosen so that the ridges have the same maximal slopes and are equally close to the interface at rest. The stratification and forcing are the same in **Sim1** and **Sim4**. Thus, one could expect that the two ridges generate vertical displacements of similar amplitude in the two experiments. However, the interfacial displacement, after  $5T$ , strongly differs as shown in figure 4.7. In **Sim1**, periodic trains of two ISW with a typical depth of 5 cm for the first ISW are generated. In **Sim4**, the interface is locally displaced upwards and downwards due to the ridge oscillation. Away from the ridge, a weak vertical interfacial displacement of order 4 mm is observed and the associated velocity field is essentially horizontal (not shown). The associated density field at  $t = 4T$  is shown in figure 4.8. The comparison between these two experiments highlights the crucial role of the topography shape in the primary generation of ISW. In fact, it appears that the amplitude of an interfacial wave with a given wavelength and hence its potential evolution into an ISW is controlled by the topography shape. The latter selects the range of interfacial wavelengths in which energy is efficiently transferred leading to high amplitude, potentially nonlinear, waves or not.

In the context of linear internal waves, it has been demonstrated in theoretical approaches that the Fourier Transform of the ridge shape controls the energy transfer from the barotropic to the baroclinic tide [e.g. *Baines*, 1982; *Khaliwala*, 2003]. Although the potentially generated interfacial waves are nonlinear in our case, a Fourier Transform of both topographies, shown in figure 4.6b, gives some insights into the

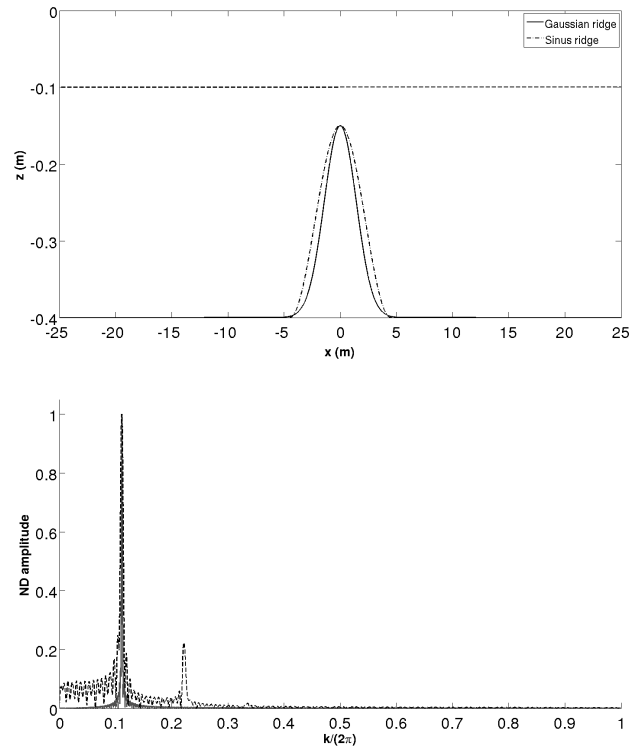


FIGURE 4.6 – *Top : Profile of the Gaussian (plain line) and sinus (dashed/dotted line) ridges. The position of the pycnocline at rest is recalled by the dashed line. Bottom : Fourier Transform of the Gaussian (dashed line) and sinus (plain line) ridges. Second and third harmonics are visible in the Gaussian ridge spectrum.*

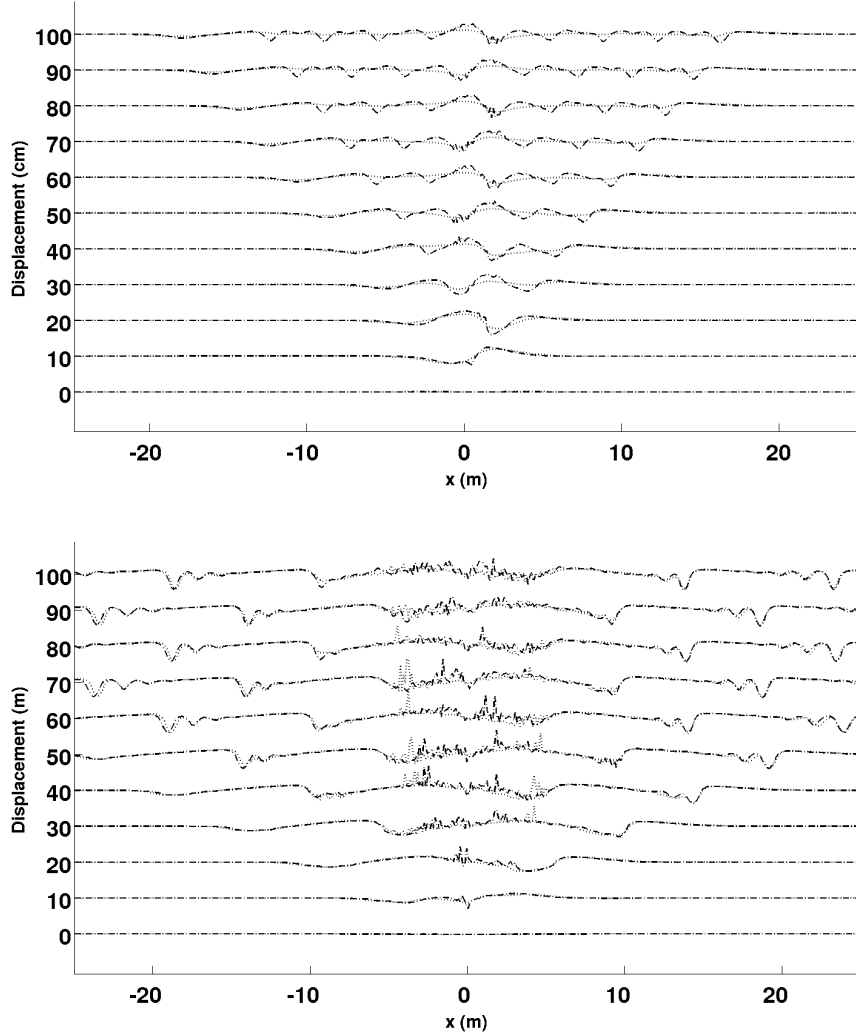


FIGURE 4.7 – *Top* : Mid-pycnocline isopycne ( $\rho = 1005 \text{ kg/m}^3$ ) for  $t = 0; 0.5; \dots; 5T$ , from bottom to top, in **Sim1** (dashed, Gaussian ridge,  $\epsilon = 0.062$ ,  $\delta = 0.47$ ) and in **Sim4** (dotted, sinus ridge,  $\epsilon = 0.062$ ,  $\delta = 0.47$ ). ISW are periodically generated in **Sim1**, as the Gaussian ridge allows important vertical displacements on a broader range than the sinus ridge, for which only weak displacements are observed in **Sim4**. *Bottom* : Mid-pycnocline isopycne ( $\rho = 1018 \text{ kg/m}^3$ ) for  $t = 0; 0.5; \dots; 5T$ , from bottom to top, in **Sim5** (dashed, Gaussian ridge,  $\epsilon = 0.062$ ,  $\delta = 0.066$ ) and in **Sim6** (dotted, sinus ridge,  $\epsilon = 0.062$ ,  $\delta = 0.066$ ). Periodic ISW of similar shape are generated over the Gaussian and the sinus ridges. The interfacial wavelength  $\lambda = c^* \times T$  matches the bottom width of the sinus ridge  $\lambda_r$ . The vertical step is 10 cm between two consecutive time steps.

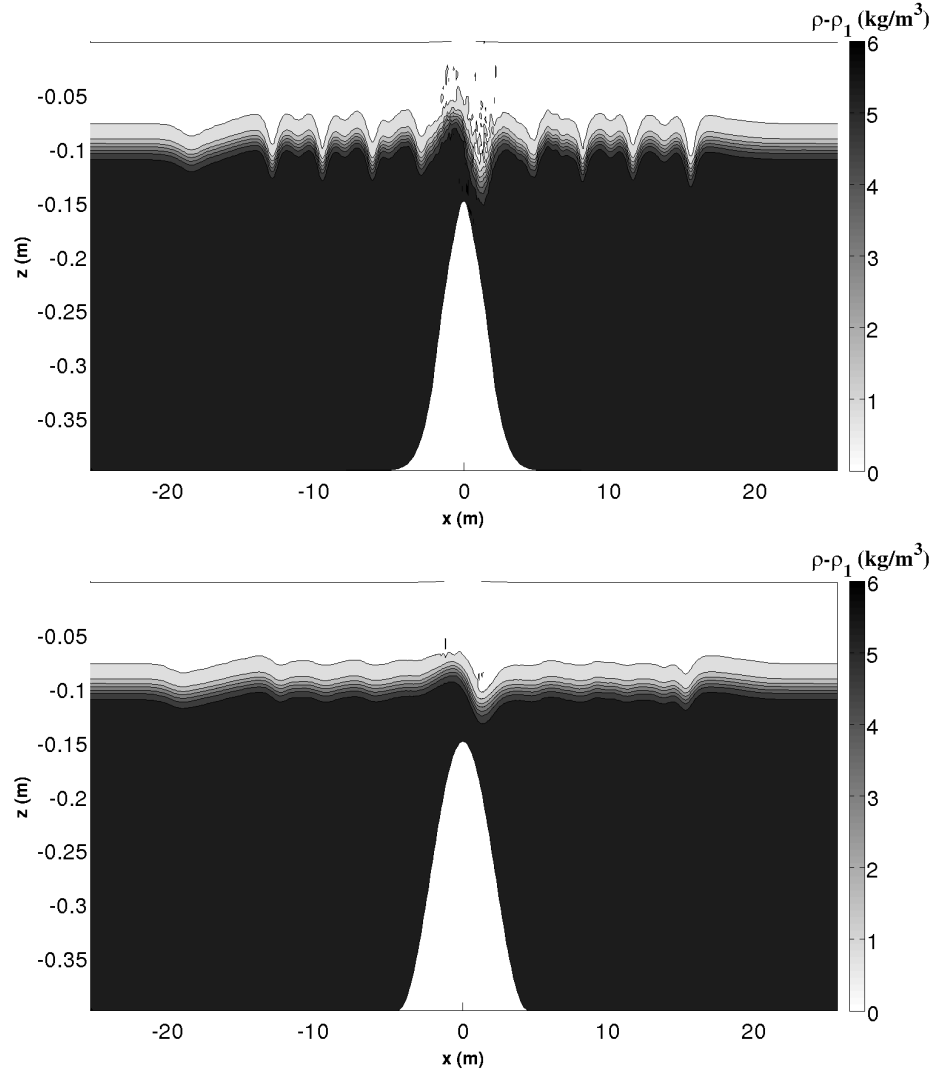


FIGURE 4.8 – *Symphonie* output for the density fields. 8 isopycnal lines at  $t = 5T$ , in *Sim1* (top) and in *Sim4* (bottom).

wavelength selection by the topography. The spectrum of the sinus ridge is mostly monochromatic. One single peak at  $k/(2\pi) = 0.11 \text{ m}^{-1}$  is present corresponding to the wavelength  $\lambda_r$  of the ridge. The spectrum of the Gaussian ridge also exhibits a sharp peak at  $k/(2\pi) = 0.11 \text{ m}^{-1}$ , while harmonic peaks of smaller amplitude (the first and second harmonics are visible in figure 4.6b).

Figure 4.6a and b permit to interpret the topographic control exerted by the ridge. The oscillation of the ridge provokes a local distortion of the interface above the ridge whose shape highly depends on the topography : a sharp (resp. smooth) slope would induce a steep (resp. weak) interfacial displacement. Besides, the topographic control increases with the height of the ridge : the closer to the pycnocline the ridge is, the larger the impact on the interfacial distortion. To provide a clear picture, we assume that the ridge is infinitely close to the pycnocline. In the case of the sinus ridge, the local distortion takes the shape of one period of a sinus of wavelength  $\lambda_r$ . If the interfacial wavelength  $\lambda$  differs from  $\lambda_r$ , the local, monochromatic, distortion cannot propagate as an interfacial wave and is confined above the ridge as seen in figure 4.7a. On the contrary, we expect that for an interfacial wavelength  $\lambda$  matching  $\lambda_r$ , the local distortion evolves into propagating interfacial waves of high amplitude, which disintegrates into ISW.

To assess this assumption, two experiments are performed, **Sim5** with the same Gaussian ridge as in **Sim1** and **Sim3**, **Sim6** with the same sinus ridge as in **Sim4**. The only change is the density jump  $\Delta\rho = 36\text{kg/m}^3$  adjusted so that  $\lambda = 9.75 \text{ m} \approx \lambda_r$ . In the course of **Sim6**, the behavior of the interfacial displacement, shown in figure 4.7b, is strikingly different from **Sim4** : trains of relatively deep ISW develop, which supports the idea of the topographic control in ISW primary generation. In fact, the interfacial wavelength in **Sim6** matches the optimal wavelength imposed by the sinus ridge : important vertical displacements propagating in the pycnocline evolve into ISW due to the balance between nonlinear and dispersive effects. In addition, the behavior of the ISW trains is almost identical, in terms of shape and amplitude, to **Sim5**, since the nonlinear and nonhydrostatic coefficients, controlling the ISW structure, are the same in the two experiments. In addition to the balance between nonlinear and non-hydrostatic effects, the ridge shape must be taken into account to forecast the primary generation of ISW, as shown above. High amplitude ISW can only be generated providing the interfacial wavelength falls within the range of wavelengths at which the ridge causes substantial vertical displacements. For a sinus ridge presenting a single main peak in the Fourier spectrum, this condition can be simply expressed with the ratio :

$$\lambda_{nd} = \frac{\lambda}{\lambda_r} \approx 1, \quad (4.9)$$

where  $\lambda_{nd}$  is the nondimensional wavelength. The equation (4.9) appears to be a spatial selection criterion for an efficient ISW primary generation.

In the case of **Sim4**,  $\lambda_{nd} \approx 0.4$ , weak vertical displacements are initiated in the pycnocline at this wavelength and the velocity field is essentially horizontal (not shown). For **Sim6**,  $\lambda_{nd} \approx 1.1$  and ISW are efficiently generated. We use the term **topographic control** to refer to this control of ISW generation by the topography shape.

In oceanic configurations, as well as in **Sim4** to **Sim6**, the topography is at a finite distance from the pycnocline, the local interfacial distortion does not exactly match the ridge shape. Hence the selection criterion is potentially looser than in the previous description : for a realistic topography, the wavelength range for which the energy transfers from the ridge to the interfacial wave are substantial not only depends on the ridge shape, but also on the ridge-pycnocline distance. In a whole, the spatial selection for ISW primary generation is expected to be the most effective in regions where the topography is relatively close to the interface, and forces quasi-monochromatic interfacial displacements. It is therefore interesting to check how the structure of ISW generated over non-monochromatic ridges (ie. over ridges forcing isopycnal displacements at various wavelengths) is affected by the topography shape.

### Extension to a non-monochromatic ridge

The topographic control appears less selective for a Gaussian ridge in so far as ISW are generated in both simulations **Sim1** and **Sim5**. In fact, the presence of harmonics in the spectrum of the Gaussian ridge permits to provide substantial energy to propagating interfacial wave at shorter wavelengths.

In order to show the effects of the topographic control for a non-monochromatic ridge, two other series of series of simulations, **Sim7** and **Sim8**, using different Gaussian ridges are performed. The e-folding and bottom widths are  $l = 1$  m and  $\lambda_r = 4.5$  m in **Sim7** (resp.  $l = 2$  m and  $\lambda_r = 9$  m in **Sim8**). The forcing amplitude is  $A = 10$  cm in **Sim7** and  $A = 20$  cm in **Sim8**, so  $\epsilon$  has the same value in both cases. For each series, the interfacial wavelength is varied through the density jump in the pycnocline. After  $5T$ , the depth of the first ISW of the second train (shown, for example, in figure 4.4) is measured in all experiments. The evolution of the first ISW depth against  $\lambda_{nd}$  is plotted in figure 4.9.

Overall, the two series exhibit similar shapes for varying wavelength, with a slightly lower amplitude depth for **Sim7** than for **Sim8**. Three different behaviors are observed in the evolution of the depth with the forcing wavelength. In Regime A ( $0.5 \leq \lambda_{nd} \leq 0.8$ ), the ISW depth rapidly increases to reach a plateau of magnitude 5 cm, starting at  $\lambda_{nd} \approx 0.8$ . The depth of the first soliton is here subject to the topographic control : according to the Fourier spectrum of the Gaussian ridge shown in figure 4.6b, the contribution of low order harmonics rises for increasing interfacial wavelength. Consequently, ISW are relatively weak for the short wavelengths, and they progressively deepen as the energy transfer to propagating interfacial waves becomes more efficient for increasing wavelength. Notice that dispersion is sufficiently strong to sustain trains of two ISW even for short interfacial wavelengths. In regime B ( $0.8 \leq \lambda_{nd} \leq 1$ ), strong ISW are generated. In this range of interfacial wavelengths, both the fundamental and the first harmonics of the ridge spectrum contribute to the energy transfer to interfacial waves, thereby permitting the generation of high amplitude ISW. The maxima are reached for the same range of  $\lambda_{nd}$  in the two series, highlighting the topographic control for a Gaussian ridge : the ridge width imposes the bandwidth at which most energy is transferred to interfacial waves. In regime C, ( $\lambda_{nd} \geq 1$ ), the first ISW depth progressively decreases almost linearly. For increasing long wavelengths, the number of ISW in a train increases as dispersive effects become too weak to sustain nonlinearity. Thus, the energy splitting within an

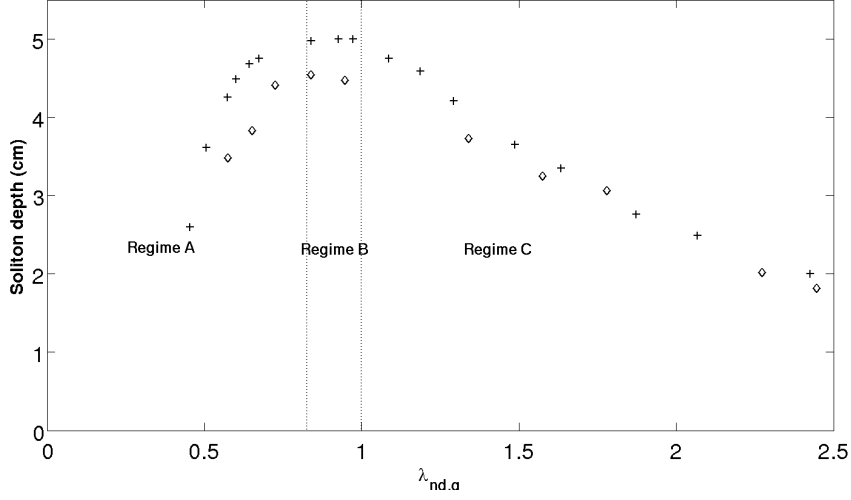


FIGURE 4.9 – Evolution of the first ISW depth with respect to  $\lambda_{nd}$  for **Sim7** ( $\lambda_r = 4.5$  m,  $\epsilon = 0.062$ ,  $\delta = [0.068 : 1.192]$ ,  $\diamond$ ) and for **Sim8** ( $\lambda_r = 9$  m,  $\epsilon = 0.062$ ,  $\delta = [0.015 : 1.192]$ ,  $+$ ). The uncertainty on the depth measurement is  $\pm 2$  mm. The maximum depth is reached for the same range of  $\lambda_{nd}$ , showing that the ridge width controls the maximum energy input into ISW.

ISW train causes the amplitude weakening of the first ISW of the train. Contrary to regimes A and B, the nonlinearity/dispersion balance have also a strong influence on the ISW depth, along with topographic control.

In order to detail the evolution of the shape in a train of ISW, we measured the depth of all ISW in a train for **Sim8**. Figure 4.10 displays the evolution of the  $n^{th}$  ISW depth (with  $n = 1; 2; 3; 4$ , the ISW being ranked by their position in the train) for varying  $\lambda_{nd}$ . For short enough  $\lambda_{nd}$ , only two solitons are present in the train, both showing a bell-shaped evolution with a sharp increase at short wavelengths due to the topographic control. For increasing  $\lambda_{nd}$ , the third and fourth solitons appear owing to the progressive weakening of dispersive effects. Solitons are always ranked by decreasing amplitude as their propagation speed increases with depth. Note that the optimal wavelength regarding the maximum soliton depth is reached for a higher wavelength as the soliton rank increases. In fact, for  $0.45 \leq \lambda_{nd} \leq 0.8$ , the nonlinear/ dispersive balance leads to stable train of two solitons. As  $\lambda_{nd}$  increases, non-hydrostatic dispersion weakens, enabling the existence of a third soliton in the train. The growth of the third soliton occurs at the expense of the solitons of ranks 1 and 2, whose amplitude decreases. For  $\lambda_{nd} \geq 1$ , the interfacial wave disintegrates into four solitons, and the solitons 1, 2, 3 start leaking energy to the fourth soliton. Hence, a soliton of fixed rank will reach a maximum amplitude, for increasing wavelength, before weakening owing to the birth of the next order soliton, which will in turn follow a similar evolution.

To sum up, the study of interfacial waves generated over a monochromatic (sinus) ridge, and a non-monochromatic (Gaussian) ridge with a more complex wavelength

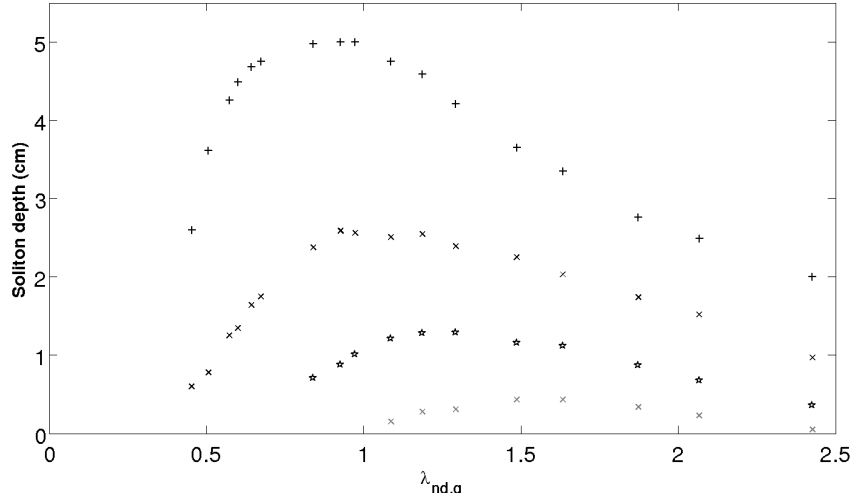


FIGURE 4.10 – Black + (resp.  $\times$ , star, gray  $\times$ ) : Evolution of the first (resp. second, third, fourth) soliton depth with respect to  $\lambda_{nd}$  for **Sim8** ( $\lambda_r = 9$  m,  $\epsilon = 0.062$ ,  $\delta = [0.015 : 1.192]$ ). The uncertainty on the depth measurement is  $\pm 2$  mm. For increasing  $\lambda_{nd} \geq 1$ , the number of ISW in a train increases due to the weakening of non-hydrostatic effects, while the depth of a given ISW decreases. The ISW depth reaches a topographically controlled maximum for at least the three first ISW.

spectrum permits to better understand the selection criterion for the primary generation of internal solitary waves. This selection is spatial : the interfacial wavelength must be close enough to the intrinsic wavelength of the ridge to allow interfacial waves propagation. Providing the wave amplitude is large enough, nonlinear and non-hydrostatic effects can balance to generate ISW. The Gaussian ridge, which displays a broader wavelength spectrum, also controls the generation of ISW, since the maximum ISW depth occurs at a wavelength close to the ridge characteristic width. In an oceanic context, the study of the topographic features at the ocean bottom may help to forecast better the hotspots for ISW primary generation.

## 1.6 Conclusion

Direct numerical simulations using Symphonie-NH have been investigated to better understand the primary generation of ISW at a pycnocline above a ridge of defined shape. The generation process of high amplitude interfacial waves relying on the nonlinear/dispersion balance has been described. Then the numerical outputs of the pycnocline displacement in Symphonie-NH have been compared the numerical outputs of a KdV scheme. The comparison showed that the nonlinear and dispersive terms in the simple KdV scheme satisfactory describe the wave dynamics issued from Symphonie-NH. It showed also that an extended KdV scheme enables to retrieve, with a good accuracy, smaller scales features in the ISW, enabling to prove that the propagating interfacial waves were indeed ISW.

The role of the topography shape has then been investigated by varying the ridge



shape. The use of sinus ridge has enabled to show the spatial resonance imposed by the topography, with respect to the generation and propagation of ISW. Two series of simulations with Gaussian ridges of different base width, confirmed the topographic control assumption in the primary generation of ISW. With the hindsight of the present study, it can be inferred from the condition given by eq. (4.9) that an important condition for ISW primary generation is the accordance between the wavelength favored by the ridge on one side, and the interfacial wavelength imposed by the stratification above the ridge and the forcing period on the other side. The ratio of these two quantities, issued from realistic topographies and stratification, may allow to localize high amplitude ISW primary generation zones in the ocean, using a Fourier Transform method to obtain the bandwidth at which spatial resonance may occur. In order to get closer to realistic configurations, the role played by the velocity shear in the topographic selection criterion, should also be investigated. Secondly generated ISW could also be subject to a topographic control, in an indirect way. The interaction between the internal wave ray and the pycnocline may lead to important interfacial displacements eventually evolving into ISW, providing a spatial resonance between the horizontal wavelength of the internal wave ray and the interfacial wavelength occurs [Akylas *et al.*, 2007]. In that case, the topography may exert a double control on the ISW generation, by controlling, for a given fixed stratification, the wavelength of the internal wave ray and the energy transported in the internal wave ray [Dossmann *et al.*, 2011, and references therein]. Latest numerical simulations performed by Grisouard *et al.* [2011] gave an interesting focus on the secondary generation process for a pycnocline of finite thickness, using a realistic topography. Work is in progress to estimate how important is the topography shape impact on secondarily generated ISW. Along with the present work, it will contribute to improve our understanding of topographically generated ISW at a pycnocline and to give insights for the development of ISW forecasting tools.

## 2 Etude expérimentale et cas fortement non-linéaires

Les simulations numériques ont révélé une grande variété dans la structure des ondes interfaciales selon l'importance relative des effets non-linéaires et dispersifs. Elles ont également permis de mettre en évidence l'influence de la forme du mont sur la mise en mouvement de la pycnocline. Une campagne de mesure en laboratoire a été mise en place en s'appuyant sur ces résultats numériques, d'une part pour les confirmer dans le cas d'un écoulement réel tridimensionnel, d'autre part pour étendre les résultats à des cas fortement non-linéaires, non accessibles par la simulation numérique dans des temps de calcul raisonnables. Pour cela, un mont sinusoïdal huit fois plus pentu que dans les simulations numériques a été utilisé. La disposition en L d'un banc de sondes acoustiques a permis d'estimer que les ondes interfaciales se propagent principalement de manière longitudinale, avec quelques effets transverses, mis en évidence par les mesures stéréo présentées en section 2.2. Le tableau 4.3 introduit les trois séries d'expériences décrites dans la section suivante, pour lesquelles des mesures par sondes acoustiques ont été réalisées, et l'expérience gpyd052 pour laquelle des mesures optiques ont été effectuées.

## 2. ETUDE EXPÉRIMENTALE ET CAS FORTEMENT NON-LINÉAIRES

Remplissage	Expérience	$\Delta\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )	$A$ (cm)	$T$ (s)	$\epsilon$	$\delta$	$\lambda_{nd}$
9	gpyd031	60	4	6	0.28	3.97	1.01
9	gpyd032	60	6	6	0.42	3.97	1.01
9	gpyd033	60	8	6	0.57	3.97	1.01
9	gpyd034	60	10	6	0.71	3.97	1.01
12	gpyd040	90	8	25	0.57	0.15	5.15
12	gpyd041	90	8	18.5	0.57	0.28	3.81
12	gpyd043	90	8	15	0.57	0.42	3.09
12	gpyd044	90	8	12	0.57	0.66	2.47
12	gpyd045	90	8	8	0.57	1.49	1.65
14	gpyd046	30	4	13	0.28	1.66	1.56
14	gpyd047	30	4	9.3	0.28	3.23	1.12
14	gpyd048	30	4	8.4	0.28	3.97	1.01
14	gpyd049	30	4	7.3	0.28	5.31	0.97
18	gpyd052	90	8	8	0.57	1.48	2.06

TABLE 4.3 – *Paramètres expérimentaux pour les expériences de génération primaire.*

### 2.1 Mesures par sondes acoustiques : observation des différents régimes d'ondes.

Je présente ici les mesures issues d'une sonde illustrant ces différents aspects de la dynamique des ondes solitaires.

#### Dispersion forte : une onde solitaire périodique

Dans un premier temps, intéressons-nous à la structure du déplacement interfacial induit par l'oscillation du mont, sur la série d'expériences gpyd031, gpyd032, gpyd033, gpyd034 où seule l'amplitude de forçage  $A$  varie, montrée en figure 4.11. L'instant  $t = 0$  correspond au début de la calibration, tandis que le mont est mis en mouvement vers  $t = 210$  s sur cette série. La dynamique du déplacement interfacial étant similaire dans les quatre expériences, nous prenons l'exemple de l'expérience gpyd031 pour la décrire. Une à deux secondes après la mise en mouvement du mont, des oscillations interfaciales d'amplitudes millimétriques atteignent la sonde, située à une distance de 3.5 m du mont. Ces ondes peuvent être associées aux ondes de surface se propageant à  $\sqrt{gH} \approx 2$  m/s. 3 à 4 périodes plus tard, des oscillations à la période de forçage d'amplitude 2 cm sont effectivement mesurées par la sonde. La vitesse théorique de propagation des ondes interfaciales longues vaut  $c^* \approx 0.2$  m/s, en utilisant l'équation (4.4) dans l'hypothèse d'une pycnocline infiniment fine. Le temps d'arrivée de l'onde sur la sonde coïncide avec le temps théorique de 18 s calculé à partir de  $c^*$  et de la distance mont-sonde (3.5 m).

Les ondes présentent des fronts raides caractéristiques des effets non linéaires, et une pente plus faible en aval de l'onde. L'amplitude et le raidissement de l'onde croissent avec l'amplitude de forçage dans gpyd032, gpyd033 et gpyd034. Pour les plus grandes amplitudes de forçage, des phénomènes apériodiques apparaissent vers

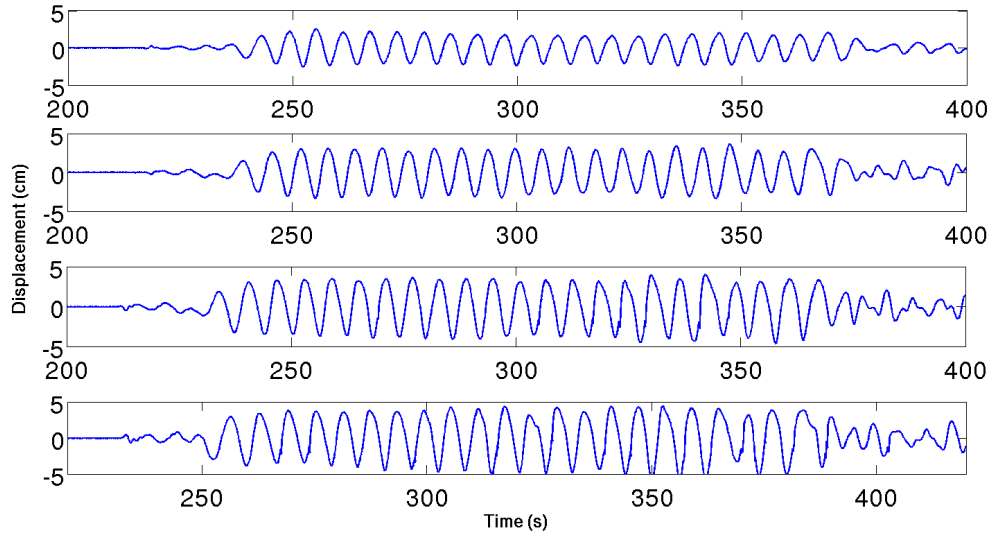


FIGURE 4.11 – *Déplacement interfacial sur une série d'expériences gpyd031, gpyd032, gpyd033, gpyd034 à amplitude croissante de haut en bas.  $\lambda_{nd} = 1.01$  et  $\delta = 3.97$  pour les quatre expériences.*

la fin de l'expérience, dont l'origine peut être le déferlement de ces ondes, observé visuellement durant les expériences. La forte décroissance en amplitude à la fin de l'expérience a lieu environ 20 s après l'arrêt du mont, à nouveau proche du temps théorique de 18 s.

Dans ces quatre expériences où la longueur d'onde est du même ordre de grandeur que la profondeur du fluide, les effets dispersifs sont suffisamment importants pour stabiliser les ondes non linéaires générées. Pour de plus grandes longueurs d'ondes, les effets dispersifs plus faibles peuvent induire la dégénérescence de l'onde solitaire en train d'ondes solitaires, comme décrit dans la sous-section suivante.

#### Dispersion plus faible : train d'ondes solitaires

En utilisant un remplissage associé à un saut de densité plus important ( $90 \text{ kg/m}^3$  au lieu de  $60 \text{ kg/m}^3$ ), des expériences à plus grande longueur d'onde sont effectuées pour mettre en évidence la formation de ces trains. Cinq sorties sondes correspondant aux expériences gpyd040, gpyd041, gpyd043, gpyd044, gpyd045, à amplitude constante et longueur d'onde décroissante, sont présentées en figure 4.12.

Dans l'expérience gpyd045, les effets dispersifs sont suffisants pour maintenir des ondes solitaires stables présentant des maxima étalés et des minima étroits et profonds dans un premier temps. Dans la deuxième moitié de l'expérience, les ondes semblent dégénérer en un train de deux ondes solitaires.

On constate une évolution semblable dans l'expérience gpyd044, où l'amplitude de la deuxième onde solitaire est plus importante dans la deuxième partie de l'expérience. Les réflexions multiples des ondes solitaires sur les parois du canal peuvent

## 2. ETUDE EXPÉRIMENTALE ET CAS FORTEMENT NON-LINÉAIRES

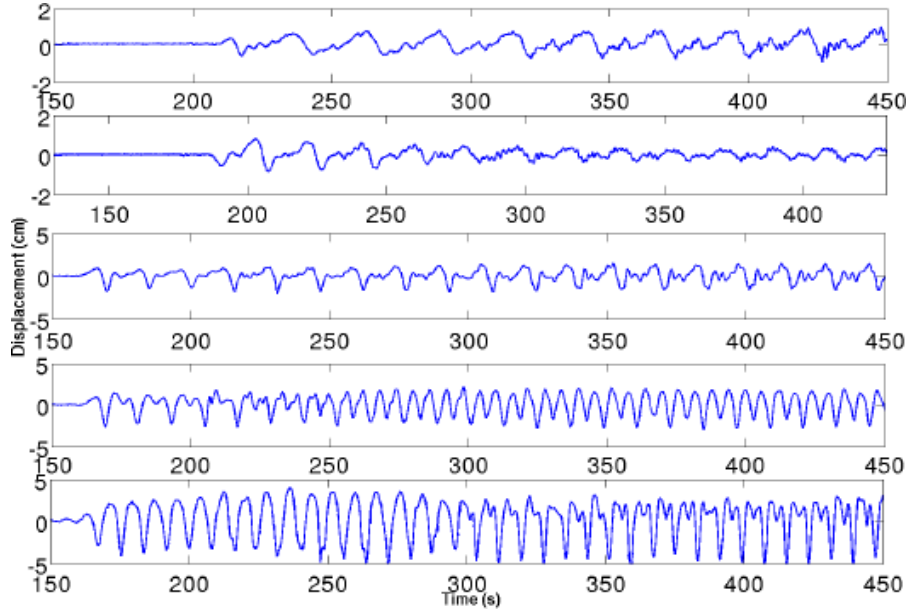


FIGURE 4.12 – *Déplacement interfacial sur une série d'expériences gpyd040, gpyd041, gpyd043, gpyd044 et gpyd045 à  $\lambda_{nd}$  décroissant (soit  $\delta$  croissant) de haut en bas.  $\epsilon = 0.57$  pour les cinq expériences.*

être à l'origine de cette évolution.

L'allure des ondes dans l'expérience gpyd044 est proche de celle observée dans **Sim1** (cf. figure 4.3) pour  $\epsilon = 0.056$  et  $\delta = 0.47$ . La valeur de  $\epsilon$ , qui est un ordre de grandeur supérieure dans les expériences que dans les simulations numériques, contrôle la profondeur des ondes solitaires, mais leur forme est principalement imposée par les effets dispersifs dans le régime C ( $\lambda_{nd} \geq 1$ ), défini dans la section 1.5 de ce chapitre.

Lorsque la longueur d'onde augmente, dans gpyd044 ( $\lambda_{nd} = 2.47$ ), gpyd043 ( $\lambda_{nd} = 3.09$ ), gpyd041 ( $\lambda_{nd} = 3.81$ ), et gpyd040 ( $\lambda_{nd} = 5.15$ ), l'affaiblissement des effets dispersifs provoque la désintégration de l'onde interfaciale en un train de deux, trois, puis quatre ondes solitaires. Comme observé sur la figure 4.9 dans les simulations numériques pour le régime C, la profondeur des ondes solitaires diminue lorsque  $\lambda_{nd}$  augmente, l'énergie de l'onde interfaciale se répartissant en un nombre plus important d'ondes solitaires.

Une déformation interfaciale périodique d'extension verticale de l'ordre de 1 cm est observée dans l'expérience gpyd040. Durant les trois premières périodes, la succession de quatre creux, visiblement ordonnés par profondeur décroissante sur la première onde, est caractéristique d'un train d'ondes solitaires similaires à celles modélisées dans la simulation numérique **Sim2** (cf. figure 4.4). A partir de  $t \approx 300$  s, des oscillations à plus haute fréquence, sans doute dues à des réflexions en bout de canal, se superposent à ces ondes.

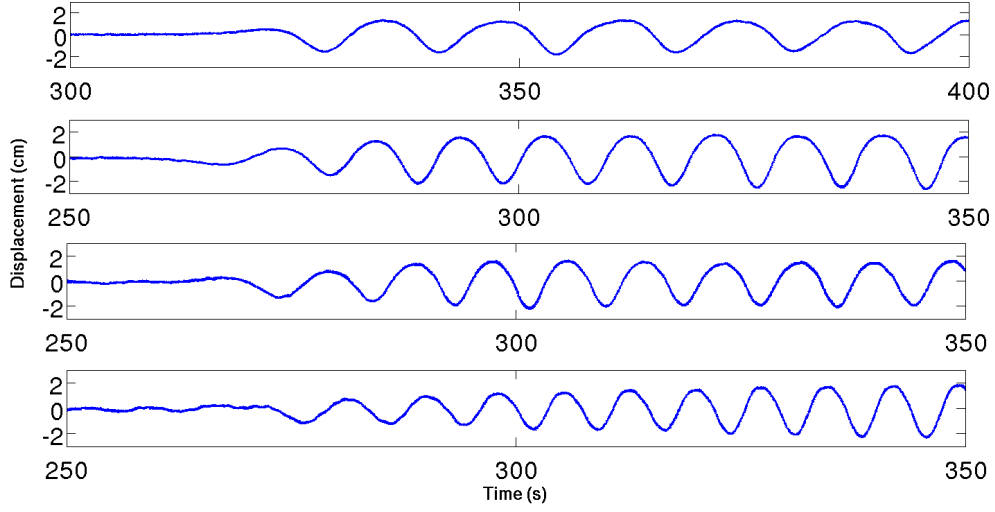


FIGURE 4.13 – *Déplacement interfacial sur une série d'expériences gpyd046, gpyd047, gpyd048, gpyd049 à  $\lambda_{nd}$  décroissant (soit  $\delta$  croissant) de haut en bas, dans un régime d'ondes plus courtes que sur la figure 4.12.  $\epsilon = 0.28$  pour les quatre expériences.*

#### Influence du saut de densité

Une série d'expériences à  $\Delta\rho = 30 \text{ kg/m}^3$  a été réalisée (figure 4.13). La comparaison entre gpyd032 (fig. 4.11) et gpyd048 (fig. 4.13), dont les paramètres adimensionnés  $\epsilon$ ,  $\delta$  et  $\lambda_{nd}$  sont égaux, permet en particulier d'étudier le rôle de la variation du saut de densité dans la pycnocline. Les amplitudes et la structure de l'onde, constituée d'un maximum assez large et d'un minimum plus raide, sont voisines. Cela confirme l'hypothèse proposée dans la section 1.5 que le saut de densité n'intervient dans la dynamique des ondes interfaciales dans un fluide constitué de deux couches homogènes que dans la valeur de la longueur d'onde.

#### Influence de la forme du mont

L'amplitude et la structure des ondes évoluent peu lorsque la longueur d'onde varie, de part et d'autre de la largeur à la base du mont  $\lambda_r$ . Les expériences réalisées couvrent principalement les régimes B ( $0.8 \leq \lambda_{nd} \leq 1$ ) et C ( $\lambda_{nd} \geq 1$ ), tandis que le régime A ( $0.5 \leq \lambda_{nd} \leq 0.8$ ), dans lequel le contrôle topographique a été mis en évidence précédemment, correspond à une gamme de longueur d'onde plus courte ( $\lambda \leq 1 \text{ m}$ ) difficilement atteignable dans cette configuration expérimentale. En effet, pour obtenir de telles longueurs d'ondes, les deux seules possibilités sont de :

- diminuer le saut de densité  $\Delta\rho$  dans la pycnocline à des valeurs typiques de  $10 \text{ kg/m}^3$ . L'obtention d'une interface d'épaisseur centimétrique est en pratique difficile à réaliser pour un faible saut de densité, à cause du mélange induit

## 2. ETUDE EXPÉRIMENTALE ET CAS FORTEMENT NON-LINÉAIRES

---

entre les deux couches de densité voisine lors de la préparation de l'expérience, notamment lors du remplissage, qui provoque plus facilement un élargissement de l'interface.

- diminuer la période de forçage  $T$  jusqu'à 2 s. Des périodes aussi courtes provoquent un balancement du mont de l'ordre de 2 cm superposé au déplacement sinusoïdal imposé.

Le régime de forte non-linéarité atteint dans les expériences de laboratoire entraîne potentiellement des effets transverses à la direction de propagation dans la dynamique des ondes générées. Nous décrivons ces effets dans la section suivante à l'aide des mesures optiques.

### 2.2 Mesures optiques : Mise en évidence des effets transverses

Les simulations numériques ont permis d'étudier la génération d'ondes solitaires dans un plan 2D vertical. Dans la réalité, les écoulements ne sont bien sûr pas bidimensionnels. Les expériences de laboratoire nous permettent d'étudier directement un écoulement, sans préjuger de son caractère 2D ou 3D. Dans la configuration expérimentale les paramètres de forçage, c'est-à-dire la forme et le déplacement du mont, et la stratification sont invariants dans la direction transverse. Cependant, les ondes générées dans ces expériences sont davantage non-linéaires que dans les simulations numériques, donc susceptibles d'être associées à des effets transverses qu'il est nécessaire de décrire pour compléter l'étude de leur dynamique. Les mesures par sondes acoustiques, sur des comparaisons ponctuelles, indiquent que la dynamique des ondes est globalement invariante le long de l'axe  $Oy$  transverse au canal. Afin d'obtenir une image complète de la structure des ondes solitaires, des mesures optiques par stéréocorrélation d'images sont réalisées.

Sur la figure 4.14 est représentée le champ de déplacement interfacial  $\eta(x, y, t)$  sur une période de forçage dans l'expérience gpyd052, dont les paramètres expérimentaux sont proches de gpyd045. On observe la propagation d'une onde interfaciale selon la direction longitudinale dans la pycnocline, onde dont la structure peut être séparée en deux zones. Dans une première zone dont l'extension longitudinale est de 1.5 m, indiquée par une double flèche sur la première image, l'interface est proche de sa position au repos. Des structures transverses à échelle centimétrique sont observées, mais l'interface est globalement plane. De part et d'autre de ce plateau, une onde solitaire se propage vers la gauche sous la forme d'une dépression de 5 cm de profondeur et de 50 cm d'extension longitudinale.

A l'intérieur de cette dépression, on observe une anomalie de 2 cm de hauteur, dont l'extension transverse est limitée à environ 50 cm. Cette bosse se propage avec la dépression et peut être associée à la formation d'une seconde onde solitaire dans le train d'onde. Les effets de viscosité aux bords du canal, qui pourraient limiter la formation de cette onde de plus petite amplitude, sont une hypothèse possible pour expliquer la localisation de cette structure au centre du canal. Des mesures complémentaires seraient nécessaires pour explorer cette hypothèse.

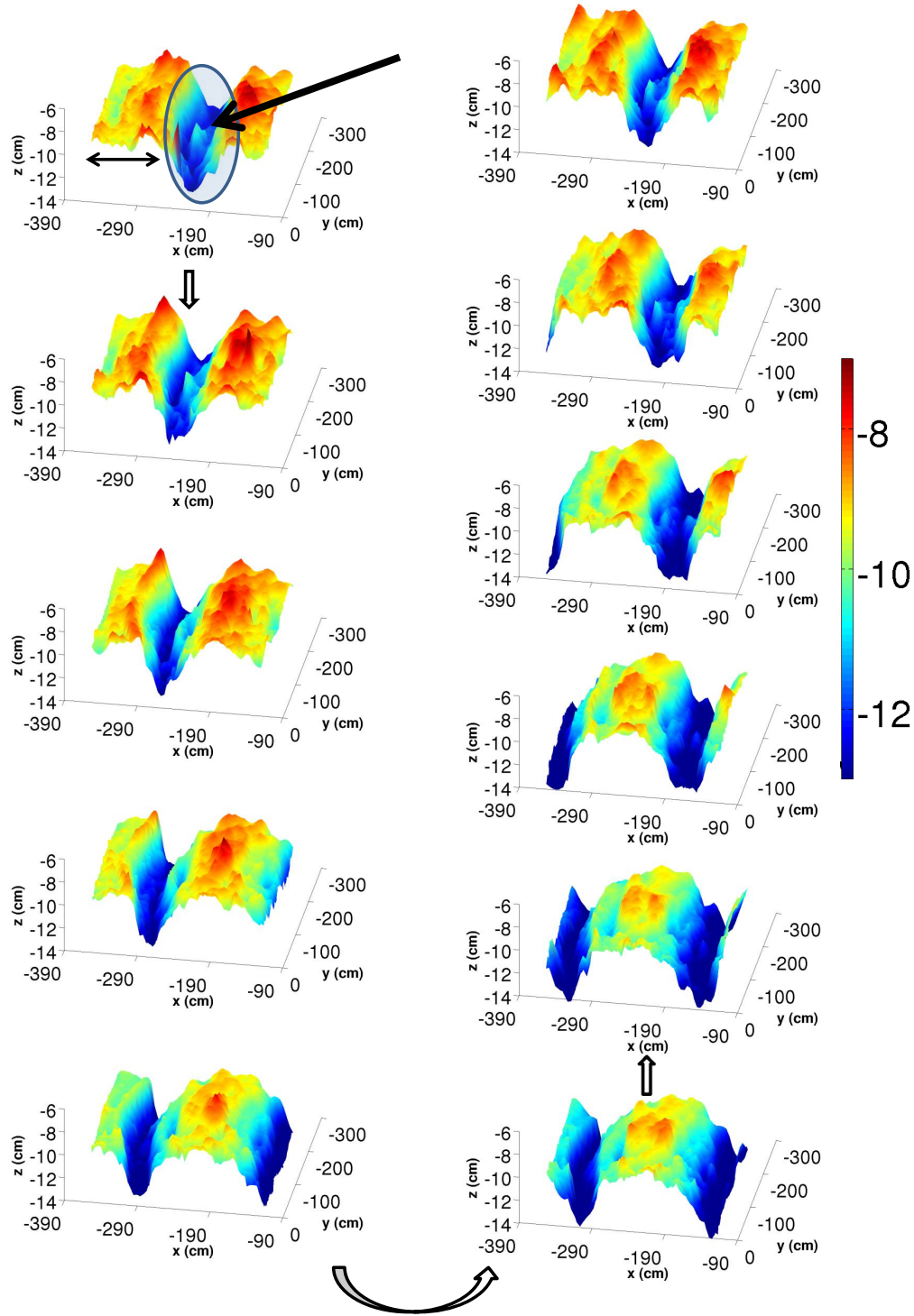


FIGURE 4.14 – Champ obtenu par stéréo-corrélation d'images du déplacement interfacial  $\eta(x, y, t)$  à  $t = 8.75T, 8.85T, \dots, 9.75T$  dans l'expérience gpyd052. La position du mont au repos est à 90 cm à droite du champ. L'onde interfaciale se propage de droite à gauche à une vitesse de 0.25 m/s. L'onde solitaire est entourée par un cercle bleu sur la première image, la flèche noire montre la remontée de l'interface, localisée au centre du canal. La double flèche indique un plateau précédant l'onde solitaire.

### 3. CONCLUSION

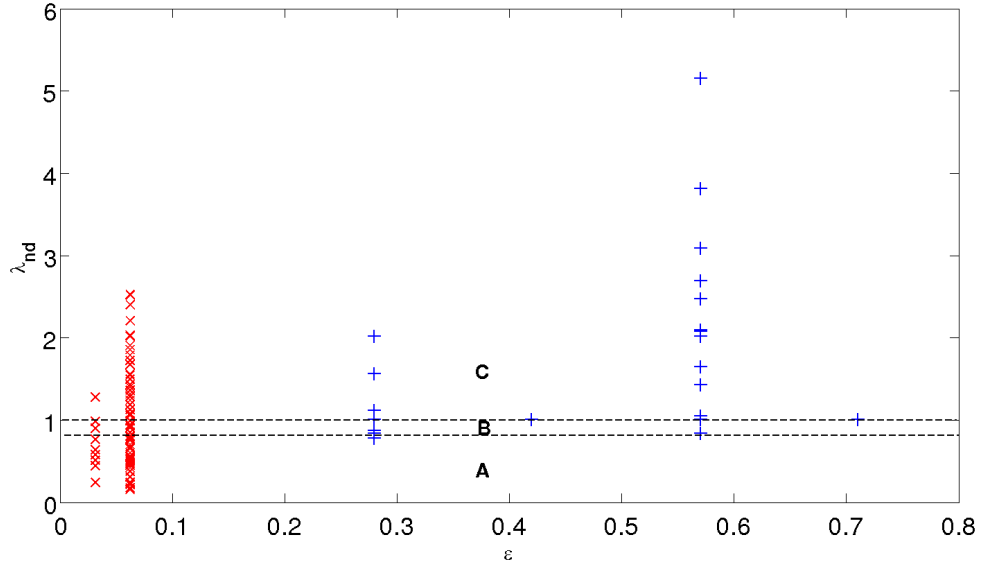


FIGURE 4.15 – Diagramme de phase  $\epsilon/\lambda_{nd}$ .  $\times$  rouges : Simulations numériques.  $+$  bleus : Expériences de laboratoire. Les lignes tiretées indiquent les frontières des régimes A, B et C définies dans la sous-section 1.5. Les simulations numériques couvrent une gamme de longueur d'ondes permettant d'explorer les trois régimes d'ondes, et de mettre en évidence le contrôle topographique marqué dans le régime A. Les expériences de laboratoire permettent d'étudier un régime de plus forte non-linéarité, susceptible de générer des effets 3D.

### 3 Conclusion

Dans ce chapitre, la mise en commun des simulations numériques et des expériences de laboratoire a permis de décrire quantitativement la génération primaire et la dynamique d'ondes solitaires à l'interface d'un bicouche, sur une large gamme d'écoulements de non-linéarité et de dispersion variables. D'une part, l'influence de la forme de la topographie a été mise en évidence dans les simulations numériques, en utilisant plusieurs monts dont la largeur à la base est de l'ordre de quelques mètres, et la hauteur est  $h_0 = 25$  cm. D'autre part, les expériences de laboratoire ont permis d'étudier des régimes à plus forte non-linéarité, par l'utilisation d'un mont huit fois plus pentu ( $\lambda_r = 1.25$  m,  $h_0 = 25$  cm). Le diagramme de phase  $\epsilon/\lambda_{nd}$  proposé en figure 4.15 résume les paramètres explorés dans les simulations numériques et dans les expériences de laboratoire.

Le chapitre suivant traite de la génération secondaire d'ondes solitaires, par l'interaction entre des rayons générés sur une topographie et la pycnocline. Un contrôle topographique a été mis en évidence dans le cas de la génération primaire. Un objectif important du chapitre suivant est de décrire le rôle joué par la topographie dans la génération secondaire d'ondes solitaires.





## Chapitre 5

# Génération secondaire d'ondes internes solitaires dans la pycnocline

Dans ce chapitre nous combinons les deux types de stratifications utilisées dans le chapitre 3 et dans le chapitre 4. Le fluide est donc composé de deux couches séparées par un saut de densité d'épaisseur finie, la couche supérieure est homogène et la couche inférieure linéairement stratifiée en densité. Les deux types d'ondes internes observées précédemment, sous forme de rayons et d'ondes interfaciales, peuvent donc se propager.

Ce type de stratification est un modèle idéalisé de l'océan représentant la couche de mélange, la pycnocline et l'océan profond. Il est indispensable pour décrire les cas où la pycnocline et la stratification dans l'océan profond sont d'importances comparables, comme par exemple dans le Golfe de Gascogne.

La première partie de ce chapitre présente sous la forme d'un article en fin de rédaction une étude par simulation numérique de la génération secondaire d'ondes internes interfaciales par l'interaction d'un rayon d'onde interne topographique avec une pycnocline [*Dossmann et al.*, 2012b].

Dans la deuxième partie de ce chapitre, les résultats de mesures analogiques par sondes acoustiques et optiques par stéréocorrélation d'images obtenus dans des expériences de laboratoire sur la génération secondaire sont présentés. Comme pour la génération primaire traitée dans le chapitre précédent, ces expériences de laboratoire ont été conçues à l'aide des résultats des simulations numériques, dans le but de confirmer et de compléter ces dernières.

Ces résultats expérimentaux, avec ceux présentés au chapitre précédent, feront l'objet d'un article dont la rédaction est prévue après la soutenance de cette thèse.

## 1 Article : "Topographically induced internal solitary waves in a pycnocline : secondary generation and spatial selection criteria"

### Résumé

Cet article traite de la génération secondaire d'ondes solitaires par l'interaction entre un rayon d'onde interne émis sur une topographie et se propageant dans la couche abyssale stratifiée, et la pycnocline<sup>1</sup>. Ce mécanisme a été proposé par *New and Pingree* [1990, 1992] il y a un vingtaine d'années, pour expliquer les observations satellites de génération d'ondes solitaires à plusieurs centaines de kilomètres du plateau continental. Plusieurs descriptions théoriques ont été proposées par la suite pour décrire le mécanisme de génération secondaire d'ondes solitaires, qui peut être décomposé en trois étapes :

1. la génération d'un rayon d'onde interne sur une topographie océanique.
2. la déstructuration linéaire de ce rayon au niveau de la pycnocline océanique.
3. l'évolution du déplacement isopycnal induit en une onde solitaire.

Une configuration numérique simplifiée, visant à reproduire ce mécanisme de manière complète à l'échelle du laboratoire est mise en place. A la différence d'études précédentes [*Akylas et al.*, 2007; *Grisouard et al.*, 2011; *Mercier et al.*, 2012] la forme du rayon n'est pas imposée par un profil analytique, mais déterminée directement par l'oscillation du mont dans la couche inférieure linéairement stratifiée.

Dans un premier temps, l'interaction entre le rayon d'onde interne généré sur le mont et la pycnocline est étudiée en régime linéaire. Une forte déstructuration du rayon lors de la réflexion sur la pycnocline, caractéristique d'un régime de pycnocline modérée, est observée. Puis, en augmentant l'amplitude de forçage dans cette configuration, la génération secondaire d'ondes solitaires dans la pycnocline par un rayon d'onde interne topographique est mise en évidence. Les propriétés de stabilité de ces ondes sont alors étudiées.

Dans la dernière partie, une nouvelle interprétation du rôle de l'intensité de la pycnocline sur les ondes générées, s'appuyant sur la structure des modes normaux, est proposée. Cette interprétation donne de nouveaux éléments pour unifier deux descriptions physiques de la génération secondaire, proposées dans des études antérieures [*Akylas et al.*, 2007; *Gerkema*, 2001] utilisant des outils analytiques différents et associés à des paramètres adimensionnés *a priori* indépendants.

Comme démontré dans le chapitre précédent dans le cas de la génération primaire, la forme de la topographie joue ici aussi un rôle clé en contrôlant l'amplitude et la forme des ondes internes dans une stratification donnée. L'interprétation proposée ici clarifie les mécanismes physiques mis en jeu.

### 1.1 Introduction

At least two regimes of internal solitary waves (ISW) generation by the interaction between a tidal flow and the bottom topography are known in the ocean. It has been

---

1. les ondes générées par ce mécanisme sont appelés ISW2 dans la suite

commonly observed, for example in the Sulu Sea and in the Celtic Sea [*Apel et al.*, 1985; *Pingree and Mardell*, 1985], that a barotropic tide impinging on a continental shelf or a steep ridge can generate quasi-interfacial high amplitude waves propagating at the ocean pycnocline.

The dynamics of these waves is mainly led by the competition between nonlinear effects on one hand and dispersion induced by nonhydrostatic and rotational effects on the other hand [*Helfrich and Melville*, 2006]. Simple analytical models permit to quantitatively retrieve the dynamics of such waves, including their generation over a given topography [*Gerkema*, 1994]. In a recent study, *Dossmann et al.* [2012a] examined the role played by a ridge of a given shape on the "primary generation" of ISW (ISW1), due to the interaction between a tidal flow and the topography, using direct numerical simulations in an academic configuration. A spatial selection criterion imposed by the ridge width was introduced, in order to help at forecasting better ISW1 generation zones in the world ocean.

An altogether different ISW generation process has been convincingly described by *New and Pingree* [1990, 1992], using observational measurements in the Bay of Biscay. In this case, ISW are generated 150 kms away from the shelf break. By tracing back the path followed by the internal wave ray (IWR), they showed that these ISW are generated by the impinging on the pycnocline of the IWR generated over the shelf. In that case, internal waves present both a ray and an interfacial structure, contrary to ISW1, that have essentially an interfacial structure. The term "local generation" was coined by New & Pingree to describe this mechanism. In the present article, we adopt the term "secondary generation" as opposed to the "primary generation" process described in *Dossmann et al.* [2012a]. The secondary generation of ISW (called ISW2) occurs further away from the topography than the primary generation process, and generates ISW2 of smaller amplitude.

*New and Da Silva* [2002] analysed synthetic aperture radar (SAR) data, to observe ISW1 generation at the shelf break, and ISW2 generation approximately 200 kms away from any topography. They were able to isolate the two generation processes as both sets of ISW were seen to decay after travelling 100 kms. The two latter observational sets were performed in the northern and central parts of the Bay of Biscay. More recently, *Azevedo et al.* [2006] revealed that the internal tides generated on either sides of the Ortegal Promontory trigger ISW2, thereby showing that both seamounts and ridges can be efficient ISW generators.

Several analytical and numerical approaches have been performed in order to describe the mechanisms of ISW2 generation. The complexity of the secondary generation process raises the need to extract simple parameters to describe it. Three steps can be highlighted in the secondary generation :

1. the generation of an IWR over an oceanic topography.
2. the linear scattering of the IWR impinging on the pycnocline.
3. the evolution of the induced strong interfacial displacement into a propagating interfacial wave. Providing (strong) nonlinear and dispersive effects are in balance, the latter propagates as an ISW2.

*Gerkema* [2001] analytically solved a model of linear internal-tide generation over an infinitesimal topography, relying on a normal modes approach and using a theore-

tical expression for the stratification. The non-dimensional parameter  $\gamma = c^*/(N_0 H)$  where  $c^*$ ,  $N_0$  and  $H$  are the interfacial wave speed the Brunt-Väisälä frequency in the bottom layer, and the total fluid depth, respectively, was used to describe the pycnocline strength. The interfacial wave speed  $c^*$  is defined in table 5.1 in the usual case of a bottom layer much deeper than the upper layer. *Gerkema* [2001] underlined that for a pycnocline of moderate strength (ie.  $\gamma \approx 0.11$ ), a substantial energy transfer from the IWR to the interfacial wave occurs via a linear scattering process. Strong interfacial depression are induced in the pycnocline that undergo steepening and dispersion owing to nonlinear and nonhydrostatic/rotational effects, leading to ISW2 propagation. *Gerkema* [2003] extended the description of the previous study to a multimodal approach applied to typical stratifications of the Bay and Biscay and the Sulu Sea, in which interactions between normal modes were considered. He showed that substantial energy transfers between normal modes can lead to a downward leaking of energy by the ISW2, in regions of moderate seasonal pycnocline strength such as the Bay of Biscay. At the contrary, ISW1 generated in strong pycnocline, such as in the Sulu Sea, propagate in a unimodal, quasi-interfacial manner, what explains their remarkable stability with respect to ISW2. In order to describe more realistic configurations, the multi-modal approach was used in a weakly nonlinear nonhydrostatic model considering topographies with large extent in front of the ray horizontal wavelength [*Maugé and Gerkema*, 2008]. Model solving with realistic topography, stratification and tidal forcing from the Bay of Biscay, showed a good correspondance with fully numerical model outputs.

A few years ago, *Akylas et al.* [2007] pointed out, using a theoretical, weakly nonlinear model that the ratio  $\alpha = N_0 \lambda_0 / c^*$  relating the interfacial wavelength  $2\pi c^* / \omega$  to the horizontal wavelength of the IWR  $2\pi L / \sin \theta = 2\pi L N_0 / \omega$  (using the dispersion relation  $\omega = N_0 \sin \theta$ ) must be of order 1 to generate efficient interfacial displacements, where  $\lambda_0$ ,  $\omega$  and  $\theta$  are the IWR wavelength, the forcing frequency, and the IWR angle with respect to the horizontal. Among other parameters, this ratio is controlled by the shape of the topography, which changes the IWR wavelength. Latest direct numerical simulations performed by *Grisouard et al.* [2011] gave an interesting focus on the secondary generation process for a pycnocline of finite thickness, by describing the selection of ISW modes in the pycnocline. Their application to the Bay of Biscay revealed that the interaction between ISW1 and ISW2 may impose the spatial distance between consecutive ISW [*Grisouard and Staquet*, 2010].

In the present study, a direct numerical simulation of ISW2 generation by an IWR generated over a ridge, is presented in an academic configuration at the laboratory scale with the aim at clarifying the mechanisms involved in the ridge-IWR-ISW interactions. The periodic oscillation of a Gaussian ridge in a linearly stratified bottom layer generates upgoing and potentially downgoing IWR, depending on the criticality of the ridge slope, whose interaction with the pycnocline is described. In particular, no theoretical envelope constraint is imposed for the ray shape, which is controlled by the ridge shape,  $\omega$  and  $N_0$ , enabling a step further towards a realistic configuration. The linear and nonlinear regimes are studied in order to better understand ISW2 formation. A novel description of the influence of the pycnocline strength on the normal modes structures is proposed. Relying on this description, the role played

by the topography shape in the ridge-IWR-ISW interaction is investigated in order to provide links between the criteria proposed by *Gerkema* [2001] and *Akylas et al.* [2007], for an efficient ISW2 generation.

In section 1.2, we present the configuration adopted for studying ISW2 generation. Section 1.3 describes the linear interaction between an IWR and the pycnocline in the case of a millimetric forcing amplitude. In section 1.4, we focus on the generation of ISW2 at a higher forcing amplitude and their relation to the IWR ray structure. A selection criterion for ISW2 generation is proposed in section 1.5, taking the topography shape into account. Conclusions are drawn in section 1.6.

## 1.2 Numerical and physical configuration

Simulations are performed using the nonhydrostatic version of the regional oceanic circulation model Symphonie-NH, described in *Auclair et al.* [2011]. Symphonie-NH solves the equations of motion and density under the Boussinesq approximation, with a linear equation of state in the present case, onto the Arakawa-C grid in the horizontal and a time-dependent s-levels in the vertical direction. Density depends on salinity, while temperature is set to a constant value. Time-splitting between barotropic and baroclinic motions is performed for the temporal discretization, based on a centered leap-frog scheme, in order to reduce computational costs.

A bidimensional version of the model in a vertical plane is used, with no diffusive fluxes and no transverse motions allowed. No slip boundary conditions at the bottom of the domain that can potentially move. Simulations are carried out on 32 or 64 processors, by splitting the domain horizontally.

Direct numerical simulations of internal wave generation at short scales permitting high resolution and easy comparisons with laboratory experiments are carried out. The horizontal length scale and resolution are  $L = 16$  m and  $dx = 1$  mm. The fluid depth is  $H = 40$  cm, with 100 regularly spaced s-levels in the vertical direction, corresponding to an average vertical resolution of 4 mm. Diffusion coefficients for salinity and velocities are set to their molecular values. Open boundary conditions are used.

Simulations are initialized with a continuous density profile  $\bar{\rho}(z)$  typical of oceanic profiles. It consists of an homogeneous upper layer of depth  $h_1 = 1.5$  cm and density  $\rho_1 = 1000$  kg/m<sup>3</sup>, representing the oceanic mixing layer. The linearly stratified bottom layer of depth  $h_2 = 37.5$  cm and constant Brunt-Väisälä frequency  $N_0 = 2$  rad/s represents the abyssal ocean. A 1 cm wide pycnocline ( $\delta_p = 1$  cm), with a density jump  $\Delta\rho = 80$  kg/m<sup>3</sup> separates the two layers. The pycnocline center is at a position  $z = -h_p = -h_1 - \delta_p/2 = -2$  cm. The corresponding Brunt-Väisälä frequency is given by the formula used in *Grisouard et al.* [2011] :

$$N^2(z) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} g \frac{\Delta\rho}{\delta_p} \exp \left[ - \left( \frac{z + h_p}{\delta/2} \right)^2 \right] + \begin{cases} N_0^2 & \text{for } -H \leq z < -h_p \\ 0 & \text{for } -h_p \leq z \leq 0. \end{cases} \quad (5.1)$$

To facilitate comparisons with laboratory experiments, simulations are performed with a "moving bottom" version of the model. The forcing is consequently performed through the oscillation  $x_m(t) = A \cos(2\pi t/T)$  of a Gaussian ridge whose shape is

CHAPITRE 5. GÉNÉRATION SECONDAIRE D'ONDES INTERNES  
SOLITAIRES DANS LA PYCNOCLINE

---

Designation	Name	Value or range
<b>Fluid</b>		
Total fluid depth	$H$	40 cm
Domain length	$L$	16 m
Upper layer depth	$h_1$	2 cm
Upper layer density	$\rho_1$	1000 kg/m <sup>3</sup>
Pycnocline thickness	$\delta_p$	1 cm
Density jump	$\Delta\rho$	80 kg/m <sup>3</sup>
Bottom layer depth	$h_2$	38 cm
Brunt-Väisälä frequency in the bottom layer	$N_0$	2 rad/s
<b>Topography</b>		
Ridge height	$h_0$	25 cm
Ridge e-folding width	$l$	[10, 20, 30, 40, 50] cm
Forcing amplitude	$A$	[1, 20] mm
Forcing period	$T$	12 s
<b>Physical parameters</b>		
Linear longwave speed	$c^* = \sqrt{g\Delta\rho/\rho_1 h_1}$	0.13 m/s
IWR theoretical angle in the bottom layer	$\theta$	39°
Gerkema (2001) pycnocline strength	$\gamma$	0.15
Akylas (2007) pycnocline strength	$\alpha$	0.9
Kinematic viscosity	$\nu$	10 <sup>-6</sup> m <sup>2</sup> /s
Salinity diffusivity	$K_S$	10 <sup>-9</sup> m <sup>2</sup> /s
<b>Numerical parameters</b>		
Horizontal resolution	$dx$	1 mm
Average vertical resolution	$dz$	4 mm
External time step	$t_e$	3.21e <sup>-4</sup> s
Internal time step	$t_i$	1.28e <sup>-3</sup> s

TABLE 5.1 – *Physical and numerical parameters*

given by :

$$h(x) = h_0 \exp\left(-\left(\frac{x}{l}\right)^2\right), \quad (5.2)$$

where  $h_0$  and  $l$  are the height and the e-folding width of the ridge. The topography is referred to as supercritical in a configuration where downward propagating IWR are allowed, and as subcritical if not. The ridge displacement is given by  $x_m(t) = A \cos(2\pi t/T)$ , where  $x_m(t)$  is the horizontal position of the center of the ridge,  $(A, T)$  are the forcing amplitude and period.

IWR angles  $\theta$  with respect to the horizontal are always positive and comprised between 0° and 90°, the direction of the vertical component of the vertical velocity being always precised. The domain origin is set at the average ridge horizontal position and at the free surface. The set-up parameters are summarized in Table 5.1.

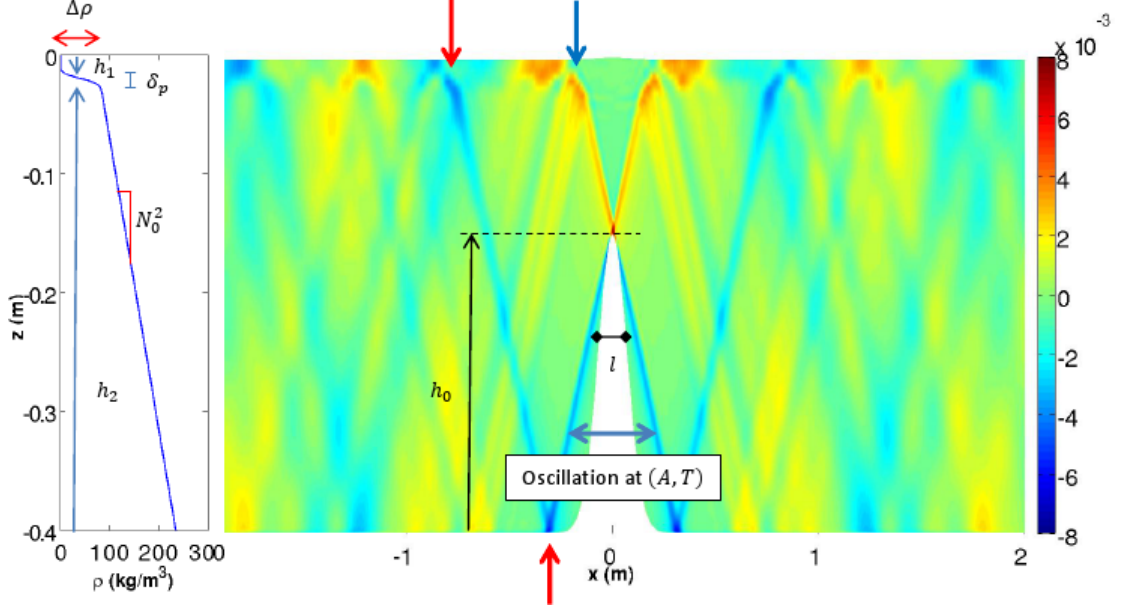


FIGURE 5.1 – Horizontal velocity field  $u$  (m/s) in **Sim9** at  $t = 14T$ , caused by the oscillation of the ridge at an amplitude  $A = 1$  mm and period  $T = 5$  s. The ridge height and e-folding width  $h_0 = 25$  cm and  $l = 10$  cm, respectively. Useful parameters and the reference density profile  $\bar{\rho}(z)$  are recalled to the left of the figure. Blue and red arrows indicate the location of IWR/pycnocline interactions.

### 1.3 Linear IWR/interface interaction

#### Near field

In order to study the structure of the linear internal wave field, a numerical simulation **Sim9** with an amplitude forcing of  $A = 1$  mm is studied. In an experimental study presented in *Dossmann et al.* [2011], describing IWR generation over a ridge in a linearly stratified fluid at the forcing amplitude  $A = 1$  mm, nonlinear effects are negligible in the internal wave field. Although the stratification and the ridge shapes are different in the present work, one can expect that internal waves have a mostly linear behavior.

In fact, smooth, narrow IWR propagating upwards and downwards are generated where the IWR slope matches the local ridge local slope, as shown in figure 5.1. The internal wave field structure is strongly affected by the background density profile. More precisely, complex features appear at the location of the IWR/interface interaction that deserves further explanation.

The horizontal velocity field  $u(x, z, t = 14T)$  is symmetrical with respect to  $x = 0$ , we therefore choose to focus on the physical features at the left of the ridge with no lack of physical understanding. The IWR that propagates initially downwards at a constant angle  $\theta \approx 40^\circ$  to the bottom of the fluid, undergoes a reflection at  $x \approx -0.25$  m leading to an upward propagation, at the same constant angle  $\theta$  through the whole bottom layer, before reaching the pycnocline at  $x \approx -0.80$  m (red



arrow). The firstly upward propagating IWR impacts the pycnocline at  $x \approx -0.20$  m (blue arrow). The interaction of both IWR with the pycnocline leads to a series of refraction/reflection at the pycnocline upper and bottom limits, described in *Mathur and Peacock* [2009]. The upgoing IWR is partly refracted at  $z \approx -h_1 - \delta_p$  with a propagation angle closer to the horizontal and consequently a larger horizontal extent in the pycnocline for  $-h_1 - \delta_p \leq z \leq -h_1$  due to the background average Brunt-Väisälä frequency greater than  $N_0$ . In the upper layer, no stratification can support the propagation of internal waves. Patches of horizontal velocities with a large extent in front of the lee IWR are observed.

Due to the reflection occurring at  $z \approx -h_1 - \delta_p$  and  $z \approx -h_1$ , the firstly upgoing IWR is partly converted in a wider irregular structure with a weakened amplitude : the scattering of the IWR is provoked by its linear interaction with the pycnocline. A similar process occurs to the firstly downgoing IWR. The reader may refer to *Mathur and Peacock* [2009] for a quantitative study of the series of refraction/reflection undergone by an IWR in the pycnocline.

Hence, one can infer that the present stratification corresponds to the moderate pycnocline regime described by *Gerkema* [2001, 2003]. The density jump in the pycnocline is weak enough to permit a substantial refraction of the IWR at the bottom layer/pycnocline interface, yet it is strong enough for an important angle change to occur in the pycnocline, leading to an important linear scattering process. The parameter  $\gamma$  is close to 0.16 as inferred by *Gerkema* [2001]. As a consequence, the internal wave structure is wider after the first reflection, with a rougher structure. Note that this linear scattering may impact the efficiency of diapycnal mixing induced by the breaking of IWR, since the latter are not localized but occupy the whole basin.

### Steady regime

The velocity fields at  $t = 22T$  are displayed in figure 5.2 for which the first five normal modes have crossed the whole domain. Consecutive reflections at the pycnocline provoke a progressive widening of the IWR, associated with a decreasing maximum amplitude in the IWR. Contrary to the horizontal velocity field, only weak vertical velocities are observed in the mixing layer. This can be explained by the fact that the displacement anomalies of the IWR propagating in the pycnocline are essentially horizontal.

The oscillation at small amplitude of a supercritical ridge in a linearly stratified fluid generates linear, localized IWR. The latter are scattered when interacting with the pycnocline, and in the process undergo widening and an amplitude decrease. The associated isopycnal displacement in the pycnocline hardly exceeds 2 – 3 mm.

Therefore, in the linear regime, no substantial energy conversions occur between the IWR and a quasi-interfacial wave in the pycnocline.

## 1.4 Secondary generation of internal solitary waves

### Internal wave fields

To study ISW2 generation in a configuration close to **Sim9**, it is necessary to allow vertical motions of greater amplitude in the pycnocline, permitting a possible balance between nonlinear and dispersive effects. For that purpose, a simulation

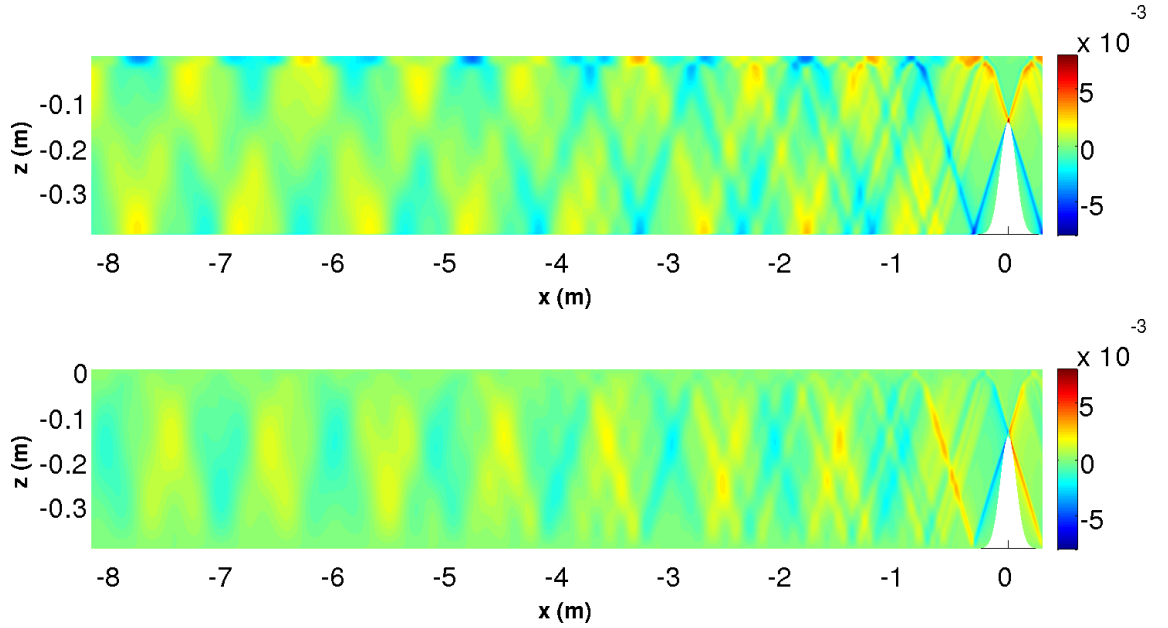


FIGURE 5.2 – Horizontal velocity ( $u$  (m/s), top) and vertical velocity ( $w$  (m/s), bottom) fields at  $t = 22T$ , for **Sim9**.

**Sim10**, identical to **Sim9** except for the forcing amplitude set to  $A = 2$  cm, is now tackled.

Velocity and density fields after  $22T$  are shown in figure 5.3. The IWR structure is overall wider than in the linear regime, as can be seen from the horizontal and vertical velocity fields. Localized anomalies associated with the IWR are un-homogeneous close to the ridge top, for  $-2\text{m} \leq x \leq 0\text{m}$ , indicating the presence of turbulent structures induced by the ridge oscillation. Localized isopycnal slopes in the bottom layer, close to the ridge are due to the unscattered propagating IWR. When impinging on the pycnocline, IWR are subject to the same linear scattering at the pycnocline described previously. Narrow isopycnal troughs, directed towards the bottom deeper layer develop at  $x \approx -0.80$  m,  $x \approx -1.90$  m,  $x \approx -3.60$  m. The steepness of isopycnal troughs indicates that nonlinear effects are probably at play in their structure. Moreover, the first two isopycnal troughs are localized in the lee of an IWR impact, what gives weight to the assumption that they are ISW2. Note that the initially upgoing IWR undergo an important energy loss after the first impact on the pycnocline, implying potential important energy transfer to propagating ISW2. For  $x \leq -4\text{m}$ , scattered IWR induce smooth, harmonic isopycnal displacements of approximate magnitude 2 cm in the bottom layer, while localized isopycnal troughs of smaller amplitude are observed at  $x \approx -4.90$  m,  $x \approx -5.60$  m,  $x \approx -6.80$  m and possibly  $x \approx -7.60$  m.

### ISW2 propagation in the pycnocline

In order to highlight the dynamical behavior of internal waves propagating in the pycnocline, the displacement of the isopycnal line  $\rho = 1040 \text{ kg/m}^3$ , initially located at

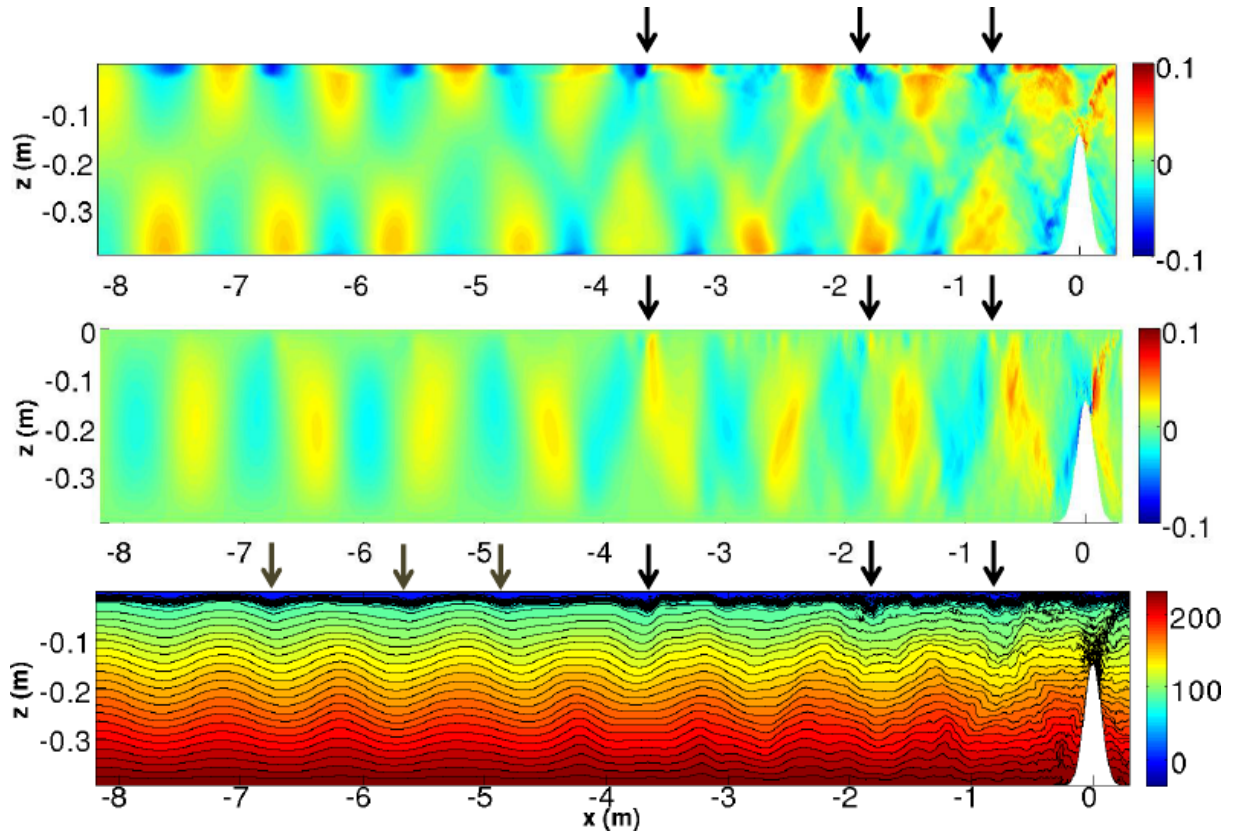


FIGURE 5.3 – Horizontal velocity ( $u$  (m/s), top) vertical velocity ( $w$  (m/s), center) and density ( $\rho$  (kg/m<sup>3</sup>), bottom) fields at  $t = 22T$ , in **Sim10**. Black arrows indicate the generation of ISW2 from the impact of an IWR on the pycnocline. Grey arrows show smaller isopycnal troughs in the pycnocline, that have possibly radiated energy in the lower layer.

the center of the pycnocline, is studied. The structure of the isopycnal displacement shows no significant change across the pycnocline in figure 5.3, so one can focus on a given isopycne with no loss of information. Moreover, the isopycnal displacement is overall symmetrical with respect to  $x = 0$ , as leftwards (resp. rightwards) internal waves are observed to the left (resp. to the right) of the ridge. Thus we choose to focus on leftwards propagating waves in figure 5.4 to investigate the dynamics and the stability of the generated quasi-interfacial waves.

The linear horizontal velocity field in **Sim9** permits to easily localize the regions of IWR/pycnocline interaction. Contrary to the primary generation of ISW presented in chapter 4, the ridge oscillation provokes millimetric displacements above the ridge top in the present case. Only at the position of the initially upgoing IWR impact ( $x \approx -0.25$  m) does one steep, narrow, trough develop per period. The trough shape evolves in the course of its leftwards propagation, as it progressively deepens, before undergoing an energy loss after propagating over approximately 1 m. At the second IWR impact ( $x \approx -0.80$  m) another steep displacement in the pycnocline. Analogous dynamical features are observed at each impact of the initially downgoing IWR : troughs are locally generated, then propagate over an approximate distance of 1 m, before decreasing in depth. Viscous decay alone cannot be responsible for such an important energy loss in the pycnocline on such small length scales, as can be inferred from an estimate of the  $e$ -folding viscous decay length scale of the amplitude  $\xi$ , calculated with the formula given in *Lighthill* [1978, p.252] :

$$\xi = \frac{1}{\nu} \left( \frac{\hat{\omega}}{\hat{k}} \right)^3 \frac{\sqrt{\hat{N}^2 - \hat{\omega}^2}}{\hat{N}^3}, \quad (5.3)$$

where  $\hat{\omega}$  and  $\hat{k}$ ,  $\hat{N}$  are the estimated values of the typical ISW frequency, wavenumber, and the typical Brunt-Väisälä frequency in the pycnocline, respectively. We estimate  $\hat{\omega} \approx 1.5$  rad/s from figure 5.5,  $\hat{k} \approx 40$  rad/m from figure 5.4 and  $\hat{N} \approx 5$  rad/s from the stratification profile (not shown). Using this value, we find a value  $\xi \approx 5$  m, five times greater than the observed decay length scale. Hence, viscosity only plays a minor role in the ISW2 amplitude decrease, which is led by the downward leaking.

As IWR are scattered by multiple reflections away from the ridge, the isopycnal displacements induced by an IWR impact are weaker and smoother than in the near field. However the generation of ISW2 is observed, e.g. at  $x \approx -3.2$  m,  $x \approx -5.6$  m (black arrows).

The space-time diagram shown in figure 5.5a provides a general view of the interfacial displacement. In particular, the different phase speeds of several propagating features, generated over the ridge are clearly visible. A periodic wave, of approximate amplitude 2 mm propagates at a phase speed of  $2.00 \pm 0.05$  m/s (blue line), in accordance with the phase speed of surface waves  $c_s = \sqrt{gH} = 2$  m/s. The phase speeds of the slower waves are one order of magnitude lower, therefore one can suppose that they are associated the emission of normal modes, as described in section 1.5 of this chapter. In fact, the phase speed of the second fastest wave (red line), of typical amplitude 5 mm, is  $0.20 \pm 0.02$  m/s, what corresponds to the theoretical value of the first normal mode phase speed  $c_1 = 0.20$  m/s, calculated in section 1.5. The deep localized troughs follow the slope of the third fastest wave (black line) that

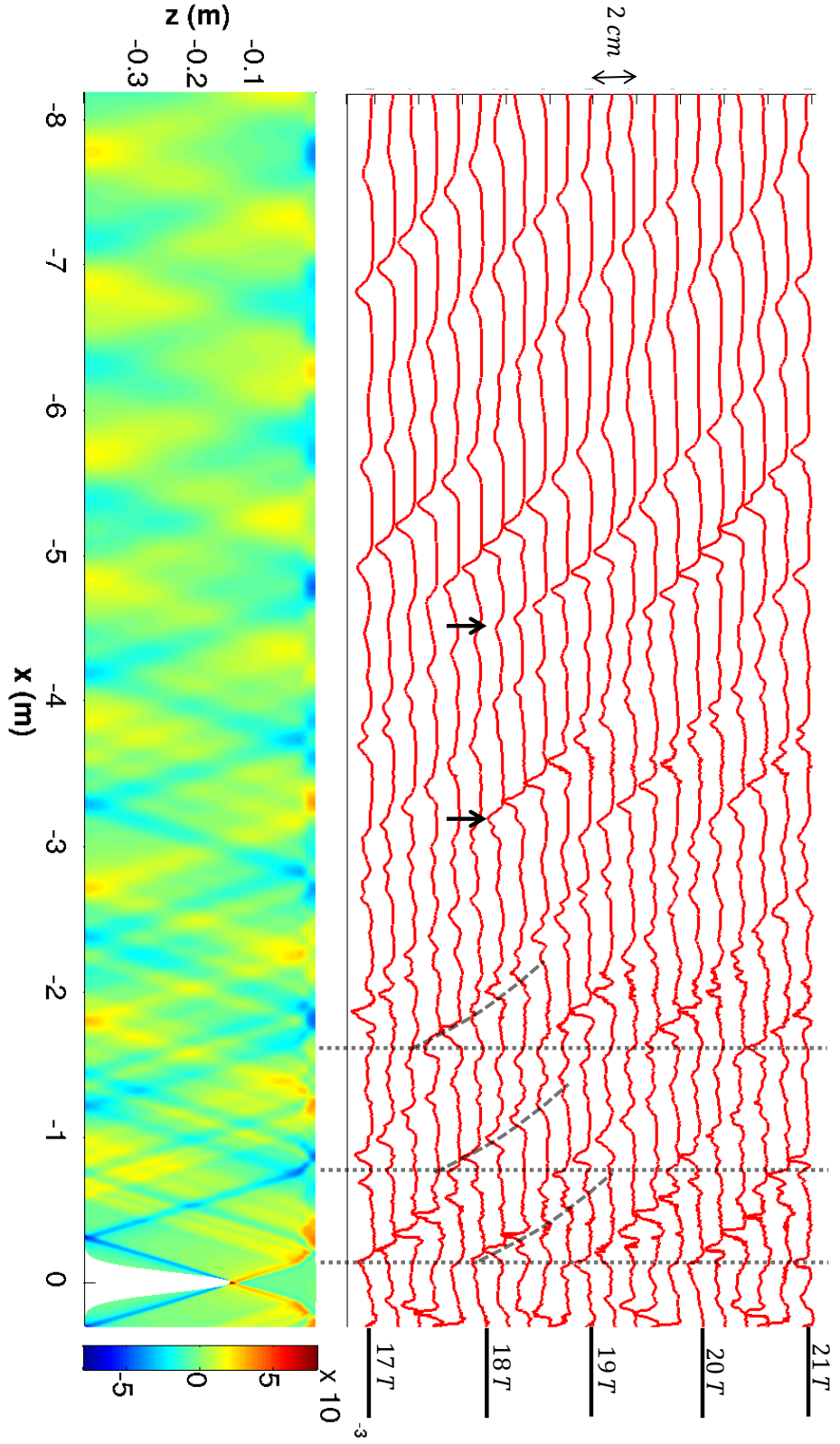


FIGURE 5.4 – *Top* : Displacement  $d_{1040}$  of the isopycne  $\rho = 1040 \text{ kg/m}^3$ , for  $t = 17T, 17.2T, 17.4T, \dots, 21T$ . The vertical step is  $2 \text{ cm}$  between two consecutive time steps. The horizontal velocity field  $u$  ( $\text{m/s}$ ) is the same as in figure 5.2. Vertical dashed lines indicates the impact region of the upgoing IWR, and the two impacts regions of the firstly downgoing IWR. Tilted dashed line show the approximate paths followed by the ISW2 generated in these regions. Black arrows indicate generation regions of ISW2 from scattered IWR, further away from the ridge.

propagates at  $0.15 \pm 0.02$  m/s, which is comprised between the phase speeds of the two first normal modes, as  $c_1 = 0.12$  m/s. These troughs correspond to ISW2 that are periodically generated in spatial regions corresponding to an IWR impact. They propagate over 1 m before undergoing an amplitude loss owing to the downward leaking of energy. One propagating ISW2 is circled in figure 5.5a.

The propagation of nonlinear waves in the pycnocline provokes the generation of harmonic waves, associated with the ISW2 small scales features. To localize nonlinear effects in time and space, the displacement field is projected onto a Morlet wavelet of period  $T/2$ , corresponding to the first harmonics of the forcing, shown in figure 5.5b. Weak harmonics motions, of submillimetric to millimetric amplitudes, propagate at the speed the surface wave and the first normal mode. Patches of stronger harmonic motions, with a typical amplitude of 0.5 cm characterising substantial nonlinear effects are localized at the same position as the deep troughs.

Hence, nonlinear effects are indeed present in the propagation of strong isopycnal depressions. One can conclude that ISW2 are generated at the location of impinging IWRs, propagate over approximately 1 m before disintegrating due to an energy leakage in the bottom stratified layer. On the other hand, the propagation speed of ISW2 is close to the phase speed of normal mode 2, therefore one can expect that they are issued from the nonlinear evolution of this normal mode.

In the following section, we discuss previous independent analytical approaches of the ISW2 generation process. We propose to relate them via the role played by the topography.

### 1.5 Spatial criteria for ISW2 generation

Various analytical interpretations of the mechanisms involved in the IWR-ISW2 interaction have been proposed, as described in the introduction. These approaches brought to light nondimensional parameters describing the efficiency of ISW2 generation.

For a pycnocline with no thickness, two parameters were extracted from the weakly nonlinear nonhydrostatic independent models of *Gerkema* [2001], in eq. (5.4), and *Akylas et al.* [2007], in eq. (5.5) :

$$\gamma = c^*/(NH), \quad (5.4)$$

$$\alpha = N_0\lambda_0/c^*. \quad (5.5)$$

The physical interpretations of these parameters are slightly different, since the authors describe two different types of spatial resonance.

In fact, both the longwave interfacial speed  $c^*$  and the Brunt-Väisälä frequency in the bottom layer  $N_0$ , characterising the dynamical properties of the pycnocline, and the bottom layer stratification, respectively, appear in  $\gamma$  and  $\alpha$ . However, the typical length scales associated with the bottom layer are not the same : *Gerkema* [2001] uses the total fluid depth  $H$ , close to  $h_2$ , while *Akylas et al.* [2007] relies on the IWR envelope width  $\lambda_0$ . Both authors arrive at the same conclusion that a "moderate" pycnocline is an efficient ISW2 generator, using different physical interpretations. We wish to provide some links between the two models, in particular by highlighting the key role played by the topography on the internal wave field structure.

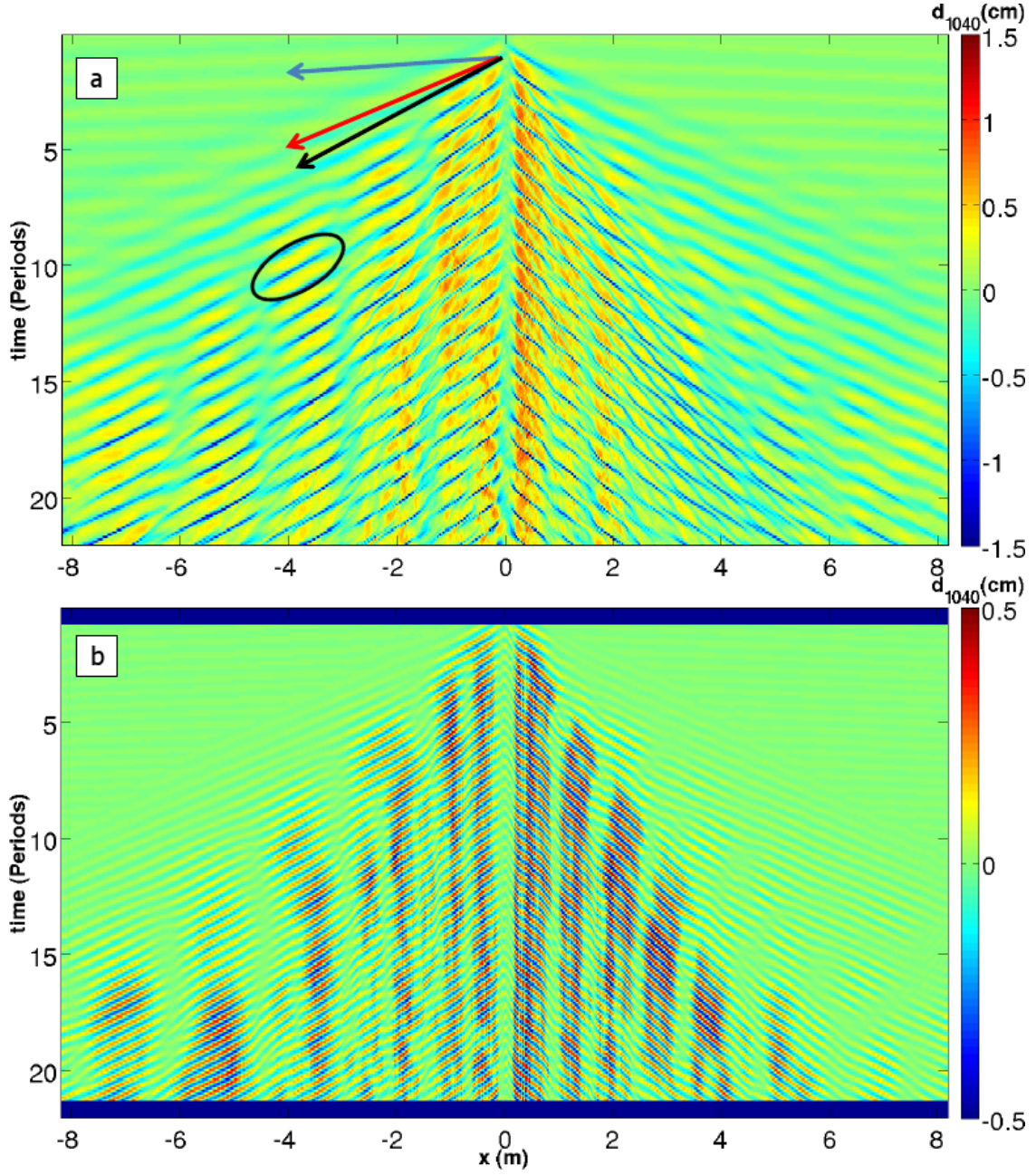


FIGURE 5.5 – *Top : Space-time diagram of the isopycnal displacement  $d_{1040}$ , for  $\rho = 1040 \text{ kg/m}^3$ . Arrows indicate the speed of the three fastest waves, associated with surface waves ( $2.00 \pm 0.05 \text{ m/s}$ , blue), the first normal mode ( $0.20 \pm 0.02 \text{ m/s}$ , red), and ISW2 ( $0.15 \pm 0.02 \text{ m/s}$ , black). Bottom : Space-time diagram of the isopycnal displacement  $d_{1040}$ , projected onto a Morlet wavelength with frequency  $T/2$ .*



### Normal mode decomposition

The principles of normal modes decomposition is used in *Gerkema* [2001], by making the rigid-lid approximation justified by the weak free-surface displacements never exceeding 0.2 mm. Linear solutions of the inviscid Boussinesq equations for the vertical velocity field are sought in the form :

$$w(x, z, t) = W(z) \exp(iKx - \omega t), \quad (5.6)$$

where  $W, K$  are the unknown vertical modal structure and wavenumber, respectively, with  $K > 0$  (resp.  $K < 0$ ) for leftwards (resp. rightwards) propagating waves.  $(W, K)$  are solutions of the Sturm-Liouville eigenvalue problem :

$$\frac{d^2 W}{dz^2} + K^2 \frac{N^2(z) - \omega^2}{\omega^2} W = 0, \quad (5.7)$$

$$W(0) = W(-H) = 0. \quad (5.8)$$

The system of equations (5.7) and (5.8) has an infinite, discretized set of solutions  $(W_n, K_n)$ , where  $n \in \mathbb{N}^*$  is the mode number.

For unidirectional propagating waves, the vertical velocity field is retrieved from :

$$w(x, z, t) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n W_n(z) \exp i(K_n x - \omega t). \quad (5.9)$$

The coefficients  $\{a_n\}_{n \in \mathbb{N}^*}$  are the amplitude of the modes. For modal description of IWR propagation, laws of the type  $a_n \propto 1/n$  are often chosen. The phase speed of each mode is defined as  $c_n = \omega/K_n$ . In the particular case of a linearly stratified fluid, normal modes have a sinusoidal shape of equation  $W_n(z) = \sin(\pi n z/H)$  and the sum in eq. (5.9) leads to the formation of smooth IWR [e.g. *Gill*, 1982].

In the modal approach, the total fluid depth  $H$  (with  $H \approx h_2$ ) is the natural length scale involved in the ISW2 generation mechanism.  $\gamma$  is therefore proportional to the ratio  $\frac{c^*}{c_1}$ , where :

- $c^* = \sqrt{gh_1 \Delta \rho / \rho_1}$  is the longwave interfacial speed in the limit of a two-layer fluid with a density jump  $\Delta \rho$ , and no stratification in the bottom layer,
- $c_{1,l} = N_0 H / \pi$  is the speed of the first normal mode in the limit of a linearly stratified fluid, with no pycnocline.

Hence, an intermediate value of  $\gamma$  corresponds to a fluid stratification lying inbetween these two limits. In that case, the two speeds are comparable. Internal waves present an intertwined behavior as they can propagate horizontally at the interface as well as an inclined IWR in the bottom layer.

Figure 5.6 displays the first five normal modes for the vertical velocity calculated from equations (5.7) and (5.8), using the stratification of **Sim9**. In the bottom layer, normal modes adopt a quasi-harmonic shape, similar to the case of the linearly stratified fluid, with a weak lag towards the upper layer : summing them permits to retrieve



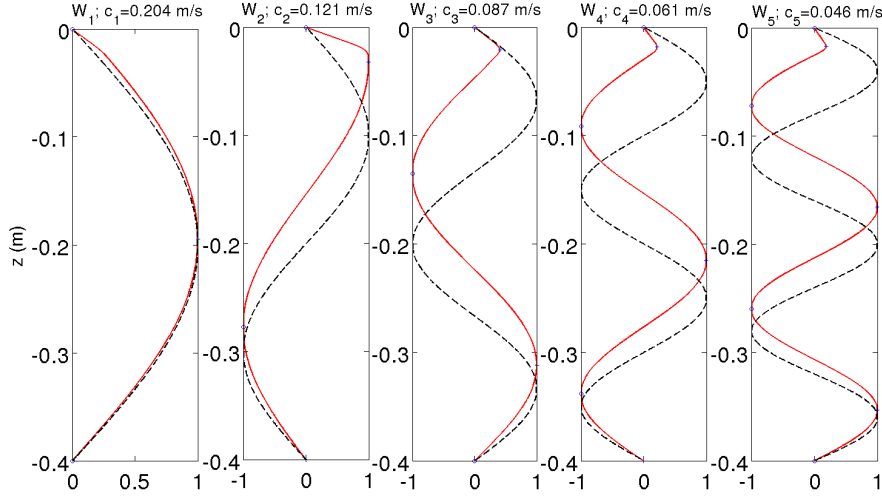


FIGURE 5.6 – Red line : First five normal modes for the vertical velocity and the corresponding phase speeds, calculated for the density profile in 5.1. Dotted black line : First five normal modes for a linear density profile with Brunt-Väisälä frequency  $N_0$ .

the IWR structure. In the upper layer instead, the normal modes structure is modified due to the presence of the pycnocline, except for the first mode.  $W_2, W_3, W_4, W_5$  all exhibit a local amplitude maximum close to the position of the pycnocline, indicating that the given stratification potentially favors important vertical displacements in that region, particularly for  $W_2$  and  $W_3$ .

This seemingly dual structure provides clues to explain, in the nonlinear regime, the formation of quasi-interfacial ISW2 by the IWR scattering at the pycnocline. The latter process of scattering can be explained as followed : normal modes do not interfere constructively, at the pycnocline and their superimposition appears as a scattering of IWR. Important isopycnal displacements are induced by normal modes presenting high amplitudes  $a_n \times W_n(-h_p)$  in the pycnocline that further evolve in ISW2 owing to the balance between nonlinear and nonhydrostatic effects. For increasing normal mode amplitude, the range of  $\gamma$  values for which ISW2 are generated widens.

While ISW1, such as the ones observed in the Sulu sea, have a quasi unimodal behavior explaining their exceptional stability while they propagate [Gerkema, 2003; Helfrich and Melville, 2006], a substantial nonlinear coupling between normal modes is at play in the course of ISW2 propagation [Gerkema, 2003]. The downward leaking of energy is a consequence of this coupling : energy is nonlinearly transferred from modes with an important interfacial signature such as  $W_2$  in figure 5.6, to modes presenting smaller amplitudes in the pycnocline and strong displacements in the bottom layer. This coupling leads to an energy spread in the bottom layer and to the weakening of the ISW2 amplitude as observed in the previous section.

In the approach of Gerkema [2001], the main criterion for inducing efficient, potentially nonlinear, interfacial displacements relies directly on the normal modes

# 1. ARTICLE : "TOPOGRAPHICALLY INDUCED INTERNAL SOLITARY WAVES IN A PYCNOCLINE : SECONDARY GENERATION AND SPATIAL SELECTION CRITERIA"

---

structure, and not on the IWR structure that emerges from the sum of these normal modes. *Akylas et al.* [2007] choose to address the role of the IWR shape on the efficiency of ISW2 generation, as we recall below.

## IWR/pycnocline interaction

### Pycnocline of zero thickness

The configuration used in *Akylas et al.* [2007] also relies on a pycnocline with zero thickness, but they consider a bottom layer of infinite depth, and a prescribed profile for the IWR structure, of maximum amplitude for the vertical velocity  $A_w$  and wavelength  $\lambda_0$ .

Prior to tackling the nonlinear effects involved in the interfacial wave propagation, the authors address the issue of the linear interfacial wave generation due to an impinging beam. A linear damping term in the interfacial wave structure is retrieved, corresponding the downward leaking of energy described in *Gerkema* [2001]. The weakly nonlinear approach permits to obtain the shape of the induced interfacial displacement near the beam impact, with respect to the IWR structure. It is shown that a maximum interfacial displacement is obtained for  $\alpha = O(1)$ , and naturally increases with  $A_w$ .

For given  $N_0, \lambda_0$ , the authors come to the conclusion that a moderate pycnocline, associated with  $\alpha = O(1)$ , leads to high amplitude interfacial displacement from which ISW2 may arise. The spatial resonance process at play is the matching between the horizontal wavelength of the IWR  $\lambda_0/\sin(\theta)$  and the interfacial wavelength  $2\pi c^*/(N_0 \sin \theta)$ .

As  $\gamma, \alpha$  is also proportional to the ratio of two phase speeds  $c^*/c_{\phi,x}$ , where  $c_{\phi,x}$  is the horizontal phase speed of the IWR.

### Finite thickness pycnocline

*Grisouard et al.* [2011] adopt a more realistic stratification by studying the effects of a finite thickness pycnocline. They design an experiment with a prescribed IWR shape, and a stratification defined by eq. (5.1). Adapting the physical parameters so that the two conditions  $\gamma \approx 0.1$  and  $\alpha = O(1)$  are satisfied, they manage to generate ISW2 by the impinging of an IWR on the pycnocline.

The authors argue that the efficiency of ISW2 generation from the  $n^{th}$  normal mode, is controlled by the ratio  $c_n/c_{\phi,x}$ , where  $c_n$  is the phase speed of the normal mode  $n$ . They also underline that higher order harmonics ( $2\omega, 3\omega$ ), associated with the nonlinear waves, can only exist as propagating waves in the pycnocline, where density gradients are strong enough to support their propagation.

Table 5.2 summarizes the phase speed ratio proposed by the three approaches.

Three different criteria relying on a phase speed matching, or equivalently on a spatial resonance as the forcing frequency is fixed, have been proposed.

Authors	approach	phase speeds ratio
<i>Gerkema</i> [2001]	zero thickness pycnocline, normal modes	$c^*/c_{1,l}$
<i>Akylas et al.</i> [2007]	zero thickness pycnocline, IWR/interfacial wave transfer	$c^*/c_{\phi,x}$
<i>Grisouard et al.</i> [2011]	finite thickness pycnocline normal modes	$c_n/c_{\phi,x}$

TABLE 5.2 – *characteristic phase speed ratio describing the efficiency of ISW2 generation*

### Relating the approaches

In this section, we first study the physical influence of the parameter  $\gamma$  on the normal mode structure. The impact of topography on the efficiency of ISW2 generation is tackled with the aim at relating the approaches described before.

#### Maximal value close to the pycnocline

We start with examining the evolution of the structure of a given normal mode with respect to  $\gamma$ . The choice is made to describe the third normal mode that is associated by *Gerkema* [2001] to the ISW2 generation in the bay of Biscay. For that purpose, the vertical position  $z_{M,3}$  and value  $A_{M,3}$  of the local maximum closest to the pycnocline are measured when varying  $\gamma$  via the density jump  $\Delta\rho$  as shown in figure 5.7.

The closest local maximum to the pycnocline varies in amplitude and position with respect to the pycnocline strength  $\gamma$ . For a weak pycnocline ( $\gamma \leq 0.05$ ), the maximum nondimensional amplitude is close to 1, as for the linear stratification. However, the position of the maximum is located at  $z_{M,3} \approx -7$  cm, while the pycnocline is at  $z = -2$  cm. Hence, if the normal mode 3 is excited in the case of a weak pycnocline, the strongest vertical displacements occur too deep in the fluid to efficiently generate ISW2 in the pycnocline. For progressively increasing pycnocline strength ( $0.05 \leq \gamma \leq 0.11$ ), the maximal amplitude remains close to 1 while the maximum is lifted closer to the pycnocline ( $z_{M,3} = -0.04$  m for  $\gamma \approx 0.11$ ). In the opposite limit of a strong pycnocline ( $\gamma \geq 0.15$ ), the maximal amplitude located in the pycnocline fastly decreases : the pycnocline becomes too 'rigid' to support important displacements for the third mode.

Then, in the region of moderate pycnocline strength described in *Gerkema* [2001], reached for  $0.11 \leq \gamma \leq 0.15$  :

- $A_{M,3}$  is close to 1, permitting **important vertical displacements**.
- $z_{M,3} \approx -h_p$  , permitting the **propagation** of higher order harmonics issued from the nonlinear effects **in the pycnocline**.

Providing these two conditions are met, the third normal mode can potentially evolve into an ISW2.

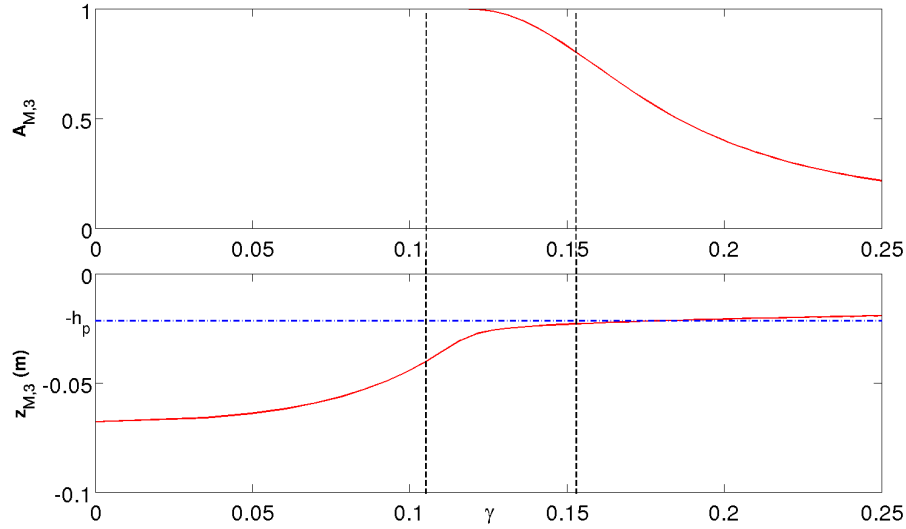


FIGURE 5.7 – Nondimensional maximal value  $A_{M,3}$  (top) and position  $z_{M,3}$  (bottom) of the local maximum closest to the pycnocline with respect to  $\gamma$ . The maximum nondimensional value of 1 corresponds to the case of a linear stratification over the fluid depth. The average position of the pycnocline at rest is given by the dashed-dotted line. The vertical dashed lines corresponds to  $z_{M,3} = -0.04$  m (left line) and  $A_{M,3} = 0.8$  (right line)

Note that a similar behavior is observed at least for the first ten modes. The range of  $\gamma$  values for which the previous compromise is met decreases with increasing mode number. Consequently, the stronger the pycnocline, the higher the number of the normal mode that may evolve into an ISW2. In particular,  $E_0$  and  $E_1$  for which  $\gamma = 0.16$  fall within the range of ISW2 generation from normal mode 2. Moreover, the phase speed of normal mode 2 is the closest to the phase speed of the isopycnal trough propagation measured in figure 5.5. In the limit of  $N_0 = 0$  ( $\gamma \mapsto \infty$ ), ISW1 are generated from the disintegration of normal mode 1.

This interpretation introduces a general compromise, quantified by  $\gamma$  and valid for all modes, between the value of the local maximum close to the pycnocline, and its relative distance from the pycnocline, to describe the efficiency of ISW2 generation. Moreover, the dimensional amplitude  $a_n$  of a normal mode  $n$  that respects this compromise must be important enough to provide effective vertical displacements. In other words, such a mode must be efficiently forced by the ridge oscillation in **Sim9** and **Sim10**, and by the tide/topography interaction in the ocean. This supplementary condition is discussed below.

#### Role of the topography

The structure of internal waves depends on both the stratification of the fluid and on the properties (geometry, amplitude) of the forcing device. For example, the internal wave generator designed at ENS Lyon [Gostiaux et al., 2007] permits to generate a single propagating normal mode.

In the configuration of **Sim9** and **Sim10**, the oscillation of the topography<sup>2</sup> leads to the emission of normal modes  $\{W_n, c_n\}_{n \in \mathbb{N}^*}$ , depending on  $(N(z), \omega)$ , and whose amplitudes  $\{a_n\}_{n \in \mathbb{N}^*}$  are imposed by the topography shape. In oceanic configurations, the amplitude  $a_n$ , usually decreases with the mode number  $n$ . Hence one can expect that, independently of the pycnocline strength, low normal modes are likelier to evolve into ISW2 than high normal modes.

As a whole, providing the forcing of a given normal mode  $n$  by the topography is sufficient, an intermediate value of  $\gamma$  relative to this mode leads to convert a substantial quasi-monochromatic isopycnal displacement into a propagating polychromatic ISW2 stabilized by the nonlinearity/dispersion balance. The subsequent downward leaking of energy can be explained by the nonlinear transfer from mode  $n$  to modes presenting a weaker amplitude in the pycnocline.

The shape of the topography plays a key role in the normal mode approach of ISW2 generation, since it controls the energy input into each normal mode, and thereby enhances or prevents the subsequent generation of ISW2.

The control exerted by the topography can also be described in the IWR/pycnocline interaction approach of *Akylas et al.* [2007]. In fact, for a given stratification and forcing, the topography shape controls the IWR wavelength  $\lambda_0$  and amplitude  $A_w$ , at fixed  $\theta$ . Hence, the spatial resonance condition expressed by  $\alpha$ , as well the vertical displacement induced in the pycnocline are controlled by the topography.

Moreover, the topography permits to provide some links between the normal modes [*Gerkema*, 2001] and IWR/pycnocline interaction [*Akylas et al.*, 2007] approaches and consequently to get more insights regarding the complex ISW2 generation mechanism.

In the bottom layer, the IWR of wavelength  $\lambda_0$  and angle  $\theta$  to the horizontal progressively emerges from the superimposition of dimensional normal modes  $\{a_n W_n, c_n\}_{n \in \mathbb{N}^*}$ . Changing the topography shape and conserving the stratification would change the set  $\{a_n\}_{n \in \mathbb{N}^*}$ , or alternately the IWR wavelength  $\lambda_0$  and amplitude  $A_w$  at fixed  $\theta$ .

Therefore, the structure of an internal wave propagating a given stratification is equivalently described by  $\{a_n, W_n, c_n\}_{n \in \mathbb{N}^*}$  in a normal mode approach or  $(A_w, \lambda_0, \theta)$ , in the classical approach. Investigating the relation between these two sets would help to propose a unified description of the ISW2 generation mechanism.

## 1.6 Article conclusion

Direct numerical simulations of ISW2 generation due to topographic IWR have been presented. The linear regime **Sim9** has permitted to observe the generation of smooth IWR in the lower, linearly stratified layer, and the subsequent linear scattering of the IWR at the pycnocline. Millimetric interfacial displacements are measured in that case. Increasing the forcing amplitude to 2 mm in **Sim9** has led to the generation of wider, blurrier IWR in the bottom layer inducing sharp, localized depressions when impinging on the pycnocline. These depressions propagate over approximately 1 m in the pycnocline, before undergoing an amplitude decrease due

---

2. or equivalently, the scattering the barotropic tide on the topography

1. ARTICLE : "TOPOGRAPHICALLY INDUCED INTERNAL SOLITARY WAVES IN A PYCNOCLINE : SECONDARY GENERATION AND SPATIAL SELECTION CRITERIA"

---

Generation mechanism	<u>barotropic tide</u>	<u>stratification</u> / <u>ridge</u>	Criterion(s) ISW generation
<i>Primary generation</i>	<u><math>(T, A_b)</math></u>	<u><math>A_{w,r}</math>,</u> <u><math>\lambda_r</math>,</u> <u><math>c^*</math></u>	$c^* \times T \approx \lambda_r$ , substantial $A_{w,r}$
<i>Secondary generation</i> Normal modes	<u><math>(T, A_b)</math></u>	<u><math>\{a_n\}_{n \in \mathbb{N}^*}</math>,</u> <u><math>\{W_n\}_{n \in \mathbb{N}^*}</math>,</u> <u><math>\{c_n\}_{n \in \mathbb{N}^*}</math></u>	$\gamma \approx \gamma_n$ , substantial $a_n$
<i>Secondary generation</i> IWR/interface	<u><math>(T, A_b)</math></u>	<u><math>A_w</math>,</u> <u><math>\lambda_0, \theta</math>,</u> <u><math>c^*</math></u>	$\alpha \approx 1$ , substantial $A_w$

TABLE 5.3 – *Criterion for efficient ISW generation. Red lines indicate the parameters controlled by the barotropic tide. Blue and green lines indicate the parameters controlled by the stratification and the ridge, respectively.  $(T, A_b)$  are the period and amplitude of the barotropic tide.  $A_{w,r}$  is the amplitude of the vertical displacement induced over the ridge.  $\lambda_r$  is the characteristic wavelength of the ridge, and  $c^*$  is the interfacial propagation speed, in the case of a two-layer fluid with constant densities in the two layers. Other terms are introduced in the previous sections.*

to a downward leaking of energy. The overall dynamics of the interfacial waves is typical of ISW2 propagation, described in various studies [Grisouard *et al.*, 2011, and references therein].

To help at clarifying the ISW2 generation process, we attempt at relating physical descriptions relying on different physical tools. In particular, we proposed an alternate interpretation of the parameter  $\gamma$ , relying on the evolution of the structure of a given normal mode.

In fact, the two criteria introduced by *Gerkema* [2001] and by *Akylas et al.* [2007] to describe the efficiency of ISW2 generation consider unrelated length scales. Complementary studies are required to conclude about the equivalence between the two descriptions. However, they can be further related by considering the role of the topography, which controls :

- the amplitude  $a_n$  of each normal mode in the approach of *Gerkema* [2001].
- the amplitude  $A_w$  and wavelength  $\lambda_0$  in the approach of *Akylas et al.* [2007].

The topography hence appears to play a prominent, although indirect, role in the ISW2 generation. In the ISW1 generation process described in *Dossmann et al.* [2012a], it had been showed that the topography shape selects interfacial wavelengths at which energy is efficiently transferred.

In table 5.3, we summarize the criteria obtained for ISW generation, in the primary and secondary regimes.

Selection criteria are similar in the primary generation case, and in the secondary generation case described by the IWR/interface interaction, since they both rely on a matching between the interfacial wavelength, and a wavelength imposed by the

Expérience	gsyd019	gsyd033
$\Delta\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )	30	33
$N_0$ (rad/s)	1.23	0.93
$h_1$ (cm)	3.5	4
$h_2$ (cm)	36	76
$\gamma$	0.21	0.15
$A$ (cm)	4	8
$T$ (s)	12	13
Mesures	stéréo/sondes disposées en 'L'	sondes disposées longitudinalement

TABLE 5.4 – *Paramètres retenus pour les deux expériences de laboratoire sur la génération secondaire présentées dans ce chapitre*

lower layer. In the normal mode approach, the matching criterion relates the actual pycnocline strength  $\gamma$ , and the optimal pycnocline strength  $\gamma_n$  for a given normal mode.

For an oceanic purpose, this study provides hints to understand better the mechanisms involved in the tide-topography-ISW interaction, in the primary and secondary generation processes. The interaction between ISW1 and ISW2 is an important issue as it may control the distance between consecutive ISW2 in the ocean [Grisouard and Staquet, 2010].

## 2 Etude expérimentale de configurations de génération secondaire

Une campagne de mesure en laboratoire a été mise en place sur la génération secondaire en s'appuyant sur les résultats des simulations numériques.

Sept remplissages avec un profil de densité linéaire dans la couche inférieure ont été effectués.  $N_0$  et  $\Delta\rho$  ont respectivement varié entre 1 et 1.5 rad/s, et entre 28 et 50 kg/m<sup>3</sup> correspondant à une plage de  $\gamma$  s'étendant de 0.15 à 0.31 (pycnoclines modérées à fortes). Dans cette partie, les premiers résultats de l'étude expérimentale de la génération secondaire sont présentés, à partir de deux expériences sélectionnées. Le tableau 5.4 résume les paramètres de stratification, de forçage, et le type de mesure pour les deux expériences présentées. Les autres caractéristiques de la configuration expérimentale sont présentées dans le chapitre 2.

### 2.1 Structure longitudinale des ondes observées

Une disposition longitudinale des sondes a été adoptée dans l'expérience gsyd033 afin d'étudier la dynamique des ondes interfaciales générées.

#### Des paramètres physiques adaptés à la génération secondaire

Le choix a été fait de se concentrer sur la mesure de déplacement de l'interface dans les expériences de laboratoire, la dynamique de l'onde interne dans la couche

## 2. ETUDE EXPÉRIMENTALE DE CONFIGURATIONS DE GÉNÉRATION SECONDAIRE

---

inférieure n'est donc pas décrite. En particulier, la longueur d'onde et l'amplitude des rayons d'ondes internes émis ne sont pas mesurées. Cependant, quelques caractéristiques de ces ondes peuvent être déduites des paramètres expérimentaux en s'appuyant sur les études théoriques et expérimentales présentées précédemment.

La valeur de la période de forçage  $T$  correspond à un angle de propagation théorique  $\theta = 31^\circ$  du rayon d'onde interne dans la couche inférieure, d'après la relation de dispersion. Cet angle est proche de l'angle maximal du mont  $\theta_m = 32^\circ$ . Il a été choisi car il correspond au régime critique pour lequel l'énergie mécanique radiée dans le rayon atteint un maximum comme décrit dans le chapitre 3. Le premier impact sur la pycnocline du rayon d'onde interne émis vers le haut, est approximativement localisé à l'abscisse  $x_{i,1} = -0.75$  m (*i.e.* à une distance de 0.75 m par rapport au sommet du mont dans la direction longitudinale).

Dans cette configuration voisine du régime critique, il est difficile d'affirmer qu'un rayon est également émis vers le bas ou non. Si ce rayon est effectivement émis, son impact sur la pycnocline aurait lieu à la position  $x_{i,2} = -1.5$  m. Cette expérience a été réalisée dans un profil de stratification correspondant à une intensité de pycnocline modérée ( $\gamma = 0.15$ ), propice à une déstructuration importante du rayon d'onde interne lors de son interaction avec la pycnocline. Ainsi, après les deux premières réflexions, les ondes internes réfléchies sont *a priori* fortement déstructurées, et on peut faire l'hypothèse que les impacts ultérieurs sur la pycnocline ont une influence négligeable sur sa dynamique.

### Dynamique des ondes interfaciales

La configuration décrite précédemment réunit des conditions favorables à la génération secondaire d'ondes solitaires, d'après nos résultats précédents. La figure 5.8 montre les mesures obtenues à partir de huit sondes acoustiques sur cette expérience.

Au niveau de la sonde 1, située à 23 cm du sommet du mont, l'oscillation du mont provoque un déplacement interfacial peu marqué et d'amplitude centimétrique, à partir de 5 s après le début du forçage. Le mont étant situé plus loin de la pycnocline que dans les expériences de génération primaire, les déplacements verticaux générées dans la pycnocline sont moins importants. Les mesures de la sonde 1 contrastent fortement avec celle obtenues par la sonde 2 située à 88 cm du sommet du mont, où des trains de plusieurs ondes solitaires sont périodiquement observés. Ces mesures permettent d'observer une première onde solitaire qui atteint 4 cm de profondeur suivie par plusieurs ondes solitaires de profondeur centimétrique, dont le nombre décroît (entre 4 et 1) au cours du temps. L'origine de la variation du nombre d'ondes solitaires par train est en cours d'étude. Une hypothèse plausible pour expliquer la diminution du nombre d'ondes par train au cours du temps repose sur l'arrivée progressive des modes normaux, qui modifient la structure des ondes par leur interaction.

Les sondes 1 et 2 sont disposées de part et d'autre de la zone d'impact du rayon d'onde interne émis vers le haut estimée à environ 75 cm du sommet du mont. Cela nous suggère que les trains d'ondes solitaires sont générés par l'interaction entre le rayon d'onde interne et la pycnocline, par un processus identique à celui décrit dans la section 1.4 de ce chapitre dans les simulations numériques et par *New and Pingree* [1990, 1992] dans le Golfe de Gascogne.

Au fur et à mesure que l'on s'éloigne de la zone de génération, l'amplitude de la



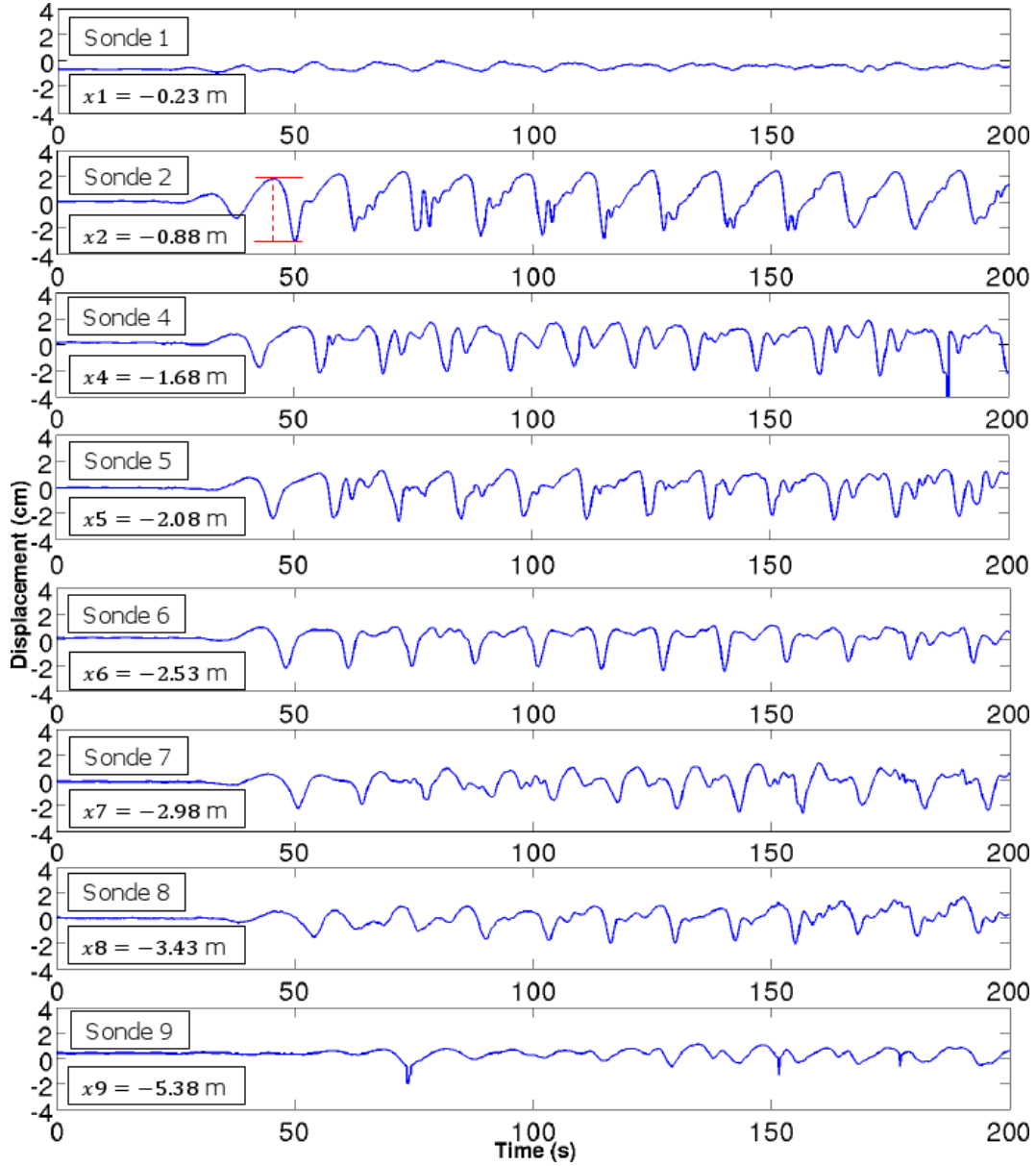


FIGURE 5.8 – Mesures de la hauteur de la pycnocline obtenues à partir de huit sondes acoustiques dans l'expérience *gsyd033*. Les sondes sont alignées dans l'axe du canal, comme indiqué par la ligne verte sur la figure 2.10. L'abscisse et le numéro de la sonde est précisée sur le graphe correspondant, le mont étant situé à l'origine  $x = 0$  dans sa position de repos. L'origine des temps correspond au début des mesures sondes. Le démarrage du mont a lieu à 20 s plus tard. Les traits rouges (sonde 2) indiquent les repères utilisés pour estimer la profondeur de l'onde solitaire.

## 2. ETUDE EXPÉRIMENTALE DE CONFIGURATIONS DE GÉNÉRATION SECONDAIRE

---

première onde solitaire du premier train décroît progressivement, de 4.7 cm sur la sonde 2 à 2 cm sur la sonde 7 située à presque 3 m du mont, l'onde étant difficilement identifiable au delà. Aux échelles typiques de l'expérience, les effets diffusifs sont trop faibles pour justifier cette décroissance, comme montré dans la section 1.4 de ce chapitre. Le processus de "downward leaking", ou de radiation dans la couche inférieure, est une hypothèse plus plausible pour expliquer l'origine de cette perte d'énergie de l'onde au cours de sa propagation dans l'interface. En effet, contrairement au cas où la couche inférieure n'est pas stratifiée, des ondes internes peuvent être émises vers le bas par interaction de l'onde interfaciale avec la couche inférieure. Ces ondes prélèvent, lors de leur génération, une partie de l'énergie des ondes dans la pycnocline. Elles sont donc déstructurées après quelques mètres de propagation, en bon accord avec les simulations numériques (figure 5.4).

La comparaison des observations issues des sondes 2 et 4 ne met pas en évidence la génération d'un train d'ondes solitaires par un hypothétique rayon émis vers le bas au niveau de la topographie qui impacterait la pycnocline entre ces deux sondes. De ce point de vue tout semble se passer comme si la configuration était sous-critique.

La disposition longitudinale des sondes permet également d'estimer la vitesse de propagation de la première onde solitaire du premier train. On obtient une vitesse de  $0.15 \pm 0.5$  m/s excédant la vitesse du premier mode normal  $c_1 = 0.12$  m/s calculée théoriquement à partir du profil de densité. Cette accélération de l'onde trouve *a priori* son origine dans l'advection non-linéaire décrite dans l'équation KdV (section 4 du chapitre 1).

Ces mesures par sondes acoustiques ont permis de mettre en évidence la génération secondaire d'ondes solitaires au niveau d'une pycnocline et les caractéristiques de ces ondes, elles confirment les résultats obtenus numériquement.

### 2.2 Structure longitudinale et latérale des ondes observées

L'expérience gsyd033 a permis d'étudier la structure longitudinale du champ d'onde dans un cas de génération secondaire, à l'aide de mesures ponctuelles. Les mesures par stéréo-corrélation d'images effectuées dans l'expérience gsyd019, correspondant à un régime d'onde similaire à l'expérience gsyd033, permettent d'accéder à toute la structure du champ d'ondes interfaciales.

Les mesures par stéréo-corrélation d'images de cette expérience<sup>3</sup> sont présentées en figure 5.9.

A  $t = 2T$ , l'onde interfaciale atteint le bord droit du champ stéréo, où des déplacements interfaciaux millimétriques sont observés. L'onde incidente est caractérisée par une crête d'amplitude 0.5 cm, de 80 cm d'extension longitudinale et 2 m d'extension transversale, suivie par un train de deux dépressions plus localisées et profondes de 1.5 cm environ, qui pénètre dans le champ à  $t = 2,5T$ . Ce train est signalé par les deux flèches à  $t = 2,75T$ . A  $t = 3T$ , une seule dépression est encore présente dans le déplacement interfacial. Cette observation confirme l'instabilité des ondes solitaires en génération secondaire, comme observé dans les simulations numériques (section 1.3 de ce chapitre) et dans les mesures sondes (section 2.1 de ce chapitre).

---

3. qui ont servi à la validation des mesures stereo dans cette configuration expérimentale dans la section 3.4 du chapitre 2.

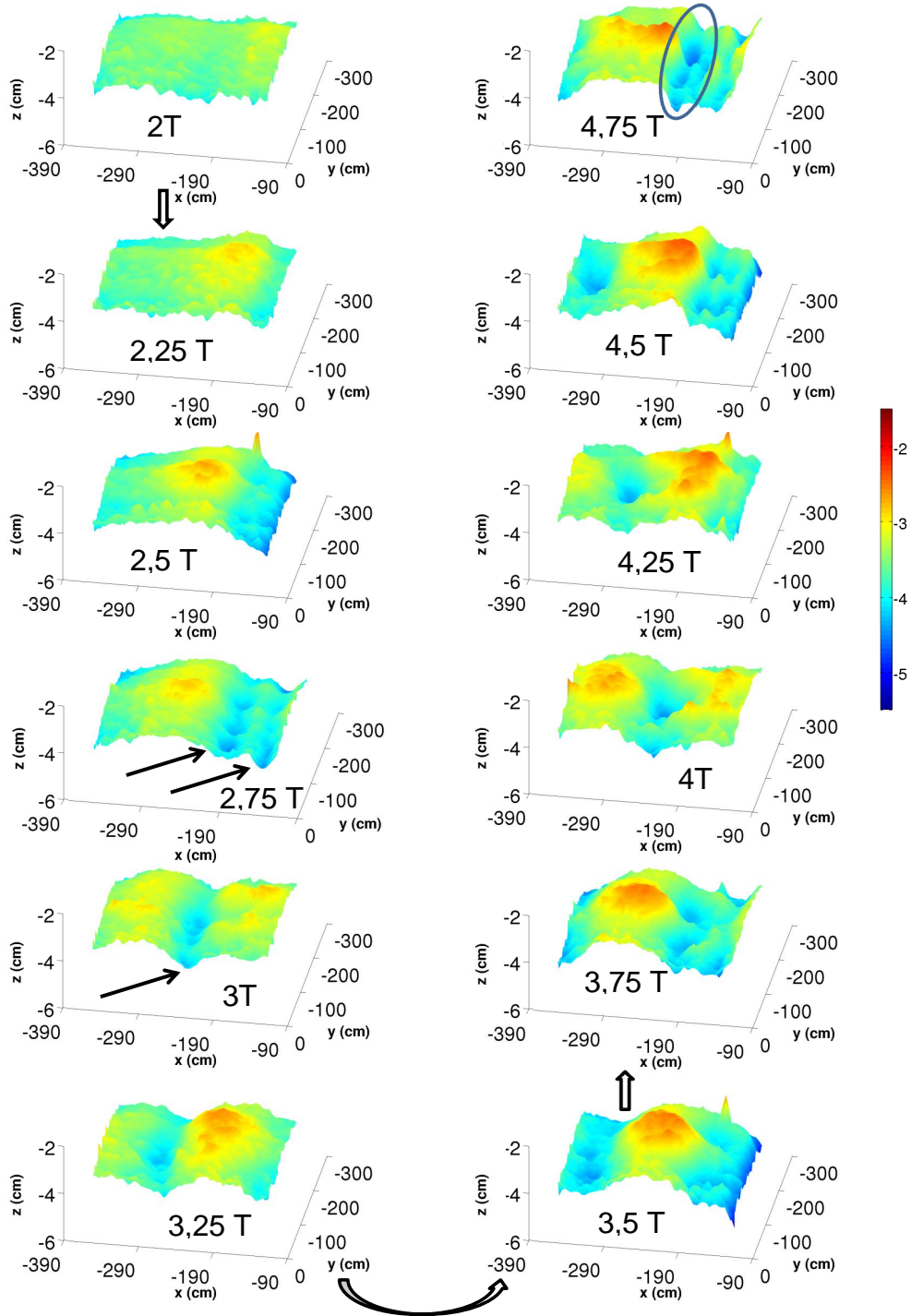


FIGURE 5.9 – Champ du déplacement interfacial  $\eta(x, y, t)$  obtenu à partir de mesures optiques par stéréo-correlation d'images, à tous les  $1/4$  de période entre  $2T$  et  $4.75T$  dans l'expérience gsyd019. La position du mont au repos ( $x = 0$ ) se situe à 90 cm à droite du champ. L'onde interfaciale se propage de droite à gauche à une vitesse de 0.15m/s. Les flèches noires indiquent les deux dépressions observables à  $t = 2.75 T$ , combinées en une seule dépression à  $t = 3 T$ . Le cercle bleu montre la présence de structures transverses à  $t = 4.75 T$  visibles également à  $t = 2.75 T$  et  $t = 3.75 T$ .

### 3. CONCLUSION

---

Des variations transverses et régulières de la profondeur sont observés dans ces dépressions à  $t = 2,75T$ ,  $t = 3,75T$ ,  $t = 4,75T$  comme indiqué par le cercle bleu à  $t = 4,75T$ . La formation de ces structures transverses trouve probablement son origine dans la structure du rayon d'onde interne impactant la pycnocline. Des mesures dans la couche inférieure permettraient d'obtenir des informations supplémentaires utiles sur la structure du rayon pour évaluer cette hypothèse.

Les mesures obtenues par stéréocorrélation d'images dans le cas sans stratification (section 2.2 du chapitre 4) et avec stratification (ici) dans la couche inférieure confirment que cette dernière joue un rôle important dans la stabilité des ondes solitaires se propageant dans la pycnocline. L'émission d'ondes internes dans la couche inférieure dans le cas de la génération secondaire provoque une décroissance en énergie des ondes solitaires. De plus, des structures transverses régulières, absentes en génération primaire, sont bien visibles.

## 3 Conclusion

La génération secondaire d'ondes solitaires à l'interface d'un fluide bicouche dont la couche inférieure est linéairement stratifiée a été étudiée dans ce chapitre, en utilisant la complémentarité des approches numériques et expérimentales. Une partie de l'originalité de cette étude réside dans le fait que les rayons d'ondes internes sont générés sur la topographie, permettant de décrire une configuration proche du cas océanique. L'étude d'une configuration linéaire, puis d'une configuration non-linéaire dans les simulations numériques a mis en évidence la génération d'ondes solitaires issues de l'interaction rayon/pycnocline.

Ces ondes se propagent sur une distance de l'ordre du mètre avant de décroître en amplitude en transférant de l'énergie dans la couche inférieure dans des expériences de laboratoire. Les mesures optiques et acoustiques ont conduit aux premières observations de la structure longitudinale **et** transverse des ondes interfaciales dans une configuration inspirée par l'océan. L'exploitation des résultats de cette campagne, qui sera faite dans les mois suivant la thèse, permettra de compléter l'étude de la dynamique complexe de ces ondes dans des régimes de non-linéarité et de stratification différents de ceux présentés dans ce chapitre.

La figure 5.10 résume, dans un diagramme de phase  $\epsilon/\gamma$ , les régimes physiques complémentaires explorés dans les simulations numériques et les expériences de laboratoire. Comme pour la génération primaire, les expériences ont permis de couvrir un régime de non-linéarité plus forte, pour des pycnoclines modérées à fortes. Les simulations numériques, quant à elles, ont permis d'atteindre des régimes de pycnoclines plus faibles, sur une large gamme de non-linéarité.

Une nouvelle description analytique de l'efficacité de la génération secondaire fondée sur l'évolution de la structure des modes normaux en fonction du paramètre  $\gamma$  a été proposée. Cette description, associée à l'analyse du rôle joué par la topographie sur les ondes internes, constitue une approche inédite pour faire le lien entre des descriptions analytiques antérieures et *a priori* indépendantes du mécanisme de génération secondaire.

Des critères de sélection analogues pour la génération efficace d'ondes solitaires, dans le cas primaire et secondaire, sont proposés dans le tableau 5.3. Cette ana-

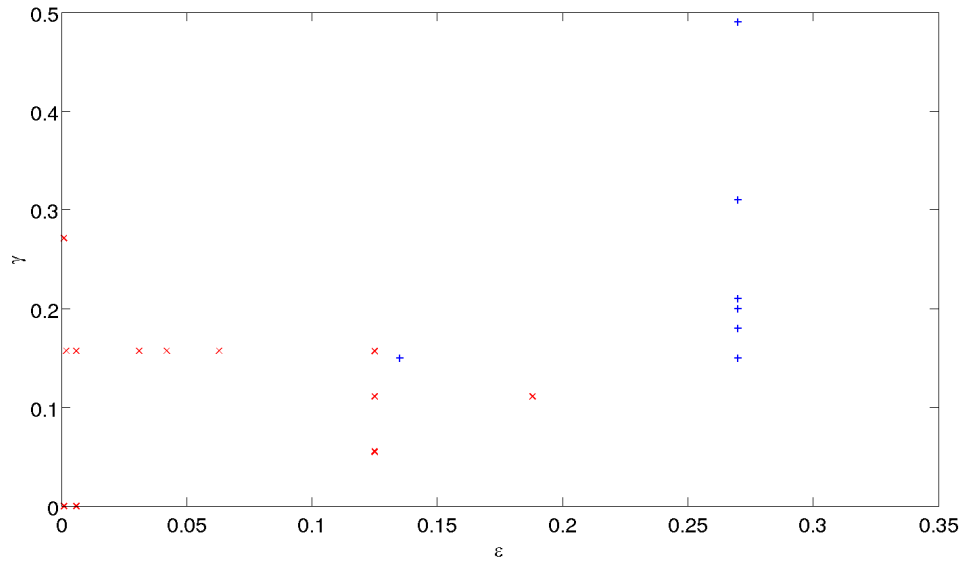


FIGURE 5.10 – *Diagramme de phase  $\epsilon/\gamma$ .  $\times$  rouges : Simulations numériques.  $+$  bleus : Expériences de laboratoire. Dans les simulations numériques, des régimes linéaires et non-linéaires d'ondes internes sont explorés, dans des pycnoclines d'intensité faible à modérée. Les expériences de laboratoire couvrent un régime de non-linéarité plus forte, dans des pycnoclines modérées à fortes.*

### 3. CONCLUSION

---

lyse basée sur un nombre limité de conditions sur des paramètres adimensionnés donnent des pistes non seulement pour développer de nouveaux outils de prévision d'occurrence d'ondes solitaires au niveau de la pycnocline océanique, mais aussi pour améliorer notre compréhension de la physique de ces ondes dont pourra bénéficier leur paramétrisation dans les modèles de circulation générale océanique.



# Conclusion

## Bilan

Le rôle joué par la topographie sur la génération d'ondes internes dans diverses stratifications océaniques typiques a été le fil conducteur de cette thèse.

Au cours de cette thèse, j'ai utilisé les approches numériques et expérimentales de manière complémentaire pour étudier la génération et la dynamique des ondes internes générées à proximité d'une topographie. Le choix de configurations de complexité croissante à l'échelle du laboratoire a conduit à l'obtention de données quantitatives et pertinentes pour la description de la physique des ondes internes topographiques dans l'océan. Cette démarche est une étape vers une meilleure quantification des transferts énergétiques responsables du maintien de la circulation méridienne de renversement.

## Océan profond

Dans un premier temps, grâce à l'analyse de données expérimentales dans une configuration d'ondes internes générées dans un fluide à stratification constante, j'ai quantifié l'énergie mécanique transportée par les rayons d'ondes internes dans un cadre linéaire. Un maximum dans l'énergie mécanique transportée par des rayons d'ondes internes dans le régime critique a été observé. Cette étude contribue à une meilleure identification des topographies océaniques à l'origine de la génération d'ondes internes de forte amplitude dans l'océan abyssal.

## Pycnocline océanique forte

Par la suite, j'ai mené l'étude numérique de la génération primaire d'ondes internes solitaires dans la pycnocline. Ce phénomène, observé dans l'océan dans des configurations de pycnocline forte, est causé de façon directe par l'interaction entre la marée barotrope et la topographie. Les ondes générées par ce mécanisme ont pu être identifiées comme des ondes solitaires par comparaison avec le modèle analytique de Korteweg-de Vries. En réalisant une série de simulations présentant des stratifications et des topographies différentes, j'ai mis en évidence l'existence d'un contrôle topographique de la génération primaire d'ondes solitaires. J'ai proposé un critère de sélection spatial adimensionné permettant de décrire l'efficacité de cette génération. L'application de ce critère à l'échelle océanique permettrait de valider la description académique de ce contrôle topographique.



### **Pycnocline océanique modérée**

La dernière partie du travail a porté sur le mécanisme de génération d'ondes solitaires par l'impact d'un rayon d'onde interne sur une pycnocline océanique modérée. J'ai décrit ce mécanisme en utilisant deux simulations numériques combinant une couche supérieure homogène, une pycnocline et une couche inférieure linéairement stratifiée. La génération secondaire d'ondes solitaires dans la pycnocline par un rayon d'onde interne topographique a été observée, la dynamique et la décroissance de ces ondes solitaires ont été décrites. Pour compléter les descriptions analytiques de ce mécanisme de génération complexe, j'ai tout d'abord proposé une interprétation de l'évolution de la structure des modes normaux émis en fonction de l'intensité de la pycnocline, avant de mettre en avant le rôle joué par la topographie dans ce mécanisme. Cette démarche originale contribue à établir des liens entre des descriptions analytiques antérieures indépendantes, pour améliorer la compréhension de ce mécanisme.

La configuration expérimentale adoptée dans le grand canal hydraulique a été inspirée par les études numériques précédentes. La campagne menée dans le grand canal hydraulique a permis d'apporter des informations complémentaires à ces études. Grâce aux mesures acoustiques, différentes familles d'ondes solitaires ont été observées dans le cas de la génération primaire, dans des régimes fortement non-linéaires. Le phénomène de décroissance énergétique dans le cas de la génération secondaire a pu être observé. Les mesures par stéréocorrélation ont permis d'observer la dynamique longitudinale et transverse de ces ondes solitaires générées en laboratoire, pour la première fois. Le caractère quasi-unidimensionnel des ondes internes solitaires issues de la génération primaire a pu être opposé aux structures transverses organisées qui ont été observées dans le cas de la génération secondaire.

### **Perspectives**

Pendant ces trois années, j'ai travaillé à l'interface des communautés numériques et expérimentales d'une part, et de la mécanique des fluides et de l'océanographie d'autre part, dans le but d'améliorer notre compréhension des ondes internes topographiques. Le recul que j'ai acquis sur ce sujet, et les progrès réalisés dans le modèle numérique comme dans la maîtrise de nouveaux outils expérimentaux, appellent naturellement plusieurs perspectives dans la continuité de cette thèse.

### **Génération d'ondes solitaires**

Tout d'abord, la poursuite de l'exploration des diagrammes de phase présentés sur les figures 4.15 et 5.10 pourra se faire dans les régimes de forte non-linéarité et de pycnocline modérée à forte par des expériences de laboratoire, et dans les régimes de non-linéarité plus faible et de pycnocline faible à modérée par des simulations numériques.

Une étude exhaustive de l'interaction entre un rayon d'onde interne et la pycnocline permettrait d'enrichir la description du mécanisme de génération secondaire et de renforcer le lien entre les différentes interprétations analytiques proposées.

## CONCLUSION

---

Dans les simulations numériques, la projection du champ de vitesse verticale sur les modes normaux correspondant au profil de stratification peut permettre l'identification du (des) mode(s) évoluant en onde solitaire. La correspondance entre la forme du rayon d'une part, et la structure des modes normaux d'autre part, pourrait être mise en évidence dans un cas linéaire. Une modélisation tridimensionnelle permettrait de compléter la description numérique de cette dynamique.

Du côté expérimental, un dispositif couplant des mesures de la structure des rayons avec des mesures acoustiques ou optiques permettrait d'obtenir une description plus complète de la dynamique des ondes solitaires à la pycnocline dans la couche inférieure. Afin d'étendre les résultats obtenus à d'autres types de situations océaniques, l'étude du rôle joué par le cisaillement de courant sur les ondes solitaires, telle qu'observée dans le détroit de Gibraltar, pourra être menée en superposant un cisaillement de courant moyen à l'oscillation du mont.

### Description du mélange

L'amélioration de la quantification du mélange diapycnal induit par les ondes internes dans l'océan est un objectif à plus long terme dans lequel cette thèse s'inscrit.

Une étude du mélange induit par les ondes internes peut être réalisée dans des expériences durant quelques heures, en réalisant des sondages réguliers associés à des mesures de cisaillement à fine résolution. Cette étude permettrait d'évaluer le rôle du taux de dissipation  $\epsilon$  sur l'évolution de la stratification du fluide.

Le débat concernant l'impact d'une équation d'état linéaire et de l'approximation de Boussinesq sur la description du mélange océanique entraîne de nouvelles questions sur les conséquences de ces hypothèses tenues pour acquises et utilisées dans la plupart des modèles océaniques actuels. La confrontation de deux versions du modèle, l'une reposant sur l'approximation L-Boussinesq, et l'autre utilisant les équations de Navier-Stokes complètes<sup>4</sup>, avec les expériences de laboratoire, est une piste pour décrire physiquement les conséquences de cette approximation.

### Ondes internes dans l'atmosphère

Comme nous l'avons vu en introduction, les ondes internes sont également présentes dans l'atmosphère, qui est aussi un fluide stratifié. Ces ondes internes sont impliquées dans des transferts de quantité de mouvement importants dans la troposphère (trainée orographique). Une description des effets topographiques similaire à celle effectuée dans cette thèse, en utilisant les expériences de laboratoire et un modèle numérique atmosphérique à l'échelle du laboratoire, est une des perspectives de cette thèse pour quantifier les transferts de quantité de mouvement et d'énergie associés aux ondes internes atmosphériques.

---

4. le modèle Symphonie-NH existe maintenant dans ces deux versions

**Transition à l'échelle des écoulements géophysiques**

La mise en commun des outils numériques et expérimentaux constitue une approche intéressante pour assurer la transition de la description des mécanismes aux échelles atmosphériques et océaniques. En effet, la comparaison des mesures avec des simulations numériques DNS, puis LES à l'échelle du laboratoire peut aider à définir des schémas de fermeture turbulente. Une fois validés, ces schémas pourront être inclus dans une version LES du modèle numérique à l'échelle des écoulements géophysiques.

# Bibliographie

- Akylas, T. R., R. H. J. Grimshaw, S. R. Clarke, and A. Tabaei (2007), Reflecting tidal wave beams and local generation of solitary waves in the ocean thermocline, *Journal of Fluid Mechanics*, 593.
- Alford, M. H., J. A. MacKinnon, Z. Z., R. Pinkel, J. Klymak, and T. Peacock (2007), Internal waves across the pacific, *Geophysical Research Letters*, 34.
- Apel, J., J. Holbrook, A. Liu, and J. Tsai (1985), The sulu sea internal soliton experiment, *Journal of Physical Oceanography*, 15(12), 1625–1651.
- Astruc, D., S. Cazin, E. Cid, O. Eiff, L. Lacaze, P. Robin, F. Toublanc, and I. Caceres (2011), A stereoscopic method for rapid monitoring of the spatio-temporal evolution of the sand-bed elevation in the swash zone, *Coastal engineering*, 60, 11–20.
- Auclair, F., C. Estournel, J. W. Floor, M. Herrmann, C. Nguyen, and P. Marsa-leix (2011), A non-hydrostatic algorithm for free-surface ocean modelling, *Ocean Modelling*, 36, 49–70.
- Azevedo, A., J. C. B. da Silva, and A. L. New (2006), On the generation and propagation of internal solitary waves in the southern bay of biscay, *Deep Sea Research Part I : Oceanographic Research Papers*, 53(6), 927–941.
- Baines, P. G. (1982), On internal tide generation models, *Deep Sea Research Part A. Oceanographic Research Papers*, 29(3), 307–338.
- Bell, T. H. (1975), Topographically generated internal waves in open ocean, *Journal of Geophysical Research*, 80, 320–327.
- Blumberg, A. F., and G. L. Mellor (1987), *A description of a three-dimensional coastal circulation model*, American Geophysical Union.
- Bouguet, J. Y. (2004), Camera calibration toolbox for matlab, documentation.
- Camassa, R., and R. Tiron (2010), Optimal two-layer approximation for continuous density stratification, *Journal of Fluid Mechanics*, 669, 32–54.
- Cid, E., L. Lacaze, S. Cazin, A. Paci, and O. Eiff (2010), Mesures d’ondes à l’interface d’un bicouche par stéréo-corrélation d’images., Communication au 12eme congrès francophone de techniques laser, 14-17 septembre 2010, vandoeuvre-les-nancy, france.

- Cushman-Roisin, B., and J. Beckers (2011), *Introduction to geophysical fluid dynamics*, Prentice Hall.
- Da Silva, J. C. B., A. L. New, and J. M. Magalhaes (2009), Internal solitary waves in the mozambique channel : Observations and interpretation, *Journal of Geophysical Research*, *114*, 1–12.
- Dauxois, T., and M. Peyrard (2006), *Physics Of Solitons*, Cambridge University Press.
- Defant, A. (1961), *Physical Oceanography*, Pergamon Press, London.
- Delisi, D. I., and I. Orlanski (1975), On the role of density jumps in the reflexion and breaking of internal gravity waves, *Journal of Fluid Mechanics*, *69*(3), 445–464.
- Dossmann, Y. (2009), Simulation physique et numérique de la marée interne au dessus d’une dorsale sous-marine, Rapport de master, Université Pierre et Marie Curie, Paris VI.
- Dossmann, Y., A. Paci, F. Auclair, and J. W. Floor (2011), Simultaneous velocity and density measurements for an energy-based approach to internal waves generated over a ridge, *Experiments in Fluids*, *51*(4), 1013–1028.
- Dossmann, Y., F. Auclair, and A. Paci (2012a), Topographically induced internal solitary waves in a pycnocline : primary generation and topographic control, *soumis à Physics of Fluids*.
- Dossmann, Y., F. Auclair, and A. Paci (2012b), Topographically induced internal solitary waves in a pycnocline : secondary generation and spatial selection criteria, *en cours de soumission*.
- Egbert, G., and R. Ray (2001), Estimates of m-2 tidal energy dissipation from TOPEX/Poseidon altimeter data, *Journal of Geophysical Research-Oceans*, *106*(C10), 22,475–22,502.
- Farmer, D., and L. Armi (1999), The generation and trapping of solitary waves over topography, *Science*, *283*(5399), 188–190.
- Ferrari, R., and C. Wunsch (2010), The distribution of eddy kinetic and potential energies in the global ocean, *Tellus A*, *62*(2), 92–108.
- Floor, J., F. Auclair, and P. Marsaleix (2011), Energy transfers in internal tide generation, propagation and dissipation in the deep ocean, *Ocean Modelling*, *38*(12), 22–40.
- Floor, J. W. (2009), Analyse énergétique des marées internes : de la génération au mélange induit, Phd-thesis, Université Paul Sabatier Toulouse III.
- Fofonoff, N. (1962), Physical properties of seawater, *The Sea*, *1*, 3–30.
- Fofonoff, N. (1998), Nonlinear limits to ocean thermal structure., *J. Mar. Res.*, *56*, 793–811.

## BIBLIOGRAPHIE

---

- Fofonoff, N. (2001), Thermal stability of the world ocean thermoclines., *J. Mar. Res.*, *31*, 2169–2177.
- Gerkema, T. (1994), Nonlinear dispersive internal tides : generation models for a rotating ocean, Phd-thesis, Universiteit Utrecht.
- Gerkema, T. (2001), Internal and interfacial tides : beam scattering and local generation of solitary waves, *Journal of Marine Research*, *59*(2), 227–255.
- Gerkema, T. (2003), Development of internal solitary waves in various thermocline regimes-a multi-modal approach, *Nonlinear Processes in Geophysics*, *10*(4/5), 397–405.
- Gerkema, T., and J. T. F. Zimmerman (2008), *An introduction to internal waves*, Lecture notes, Royal NIOZ.
- Gill, A. E. (1982), *Atmosphere-Ocean Dynamics*, Academic Press.
- Gostiaux, L. (2006), Etude expérimentale des ondes de gravité internes en présence de topographie. émission, propagation, réflexion., Thèse de doctorat, Ecole Normale Supérieure de Lyon.
- Gostiaux, L., H. Didelle, S. Mercier, and T. Dauxois (2007), A novel internal waves generator, *Experiments in Fluids*, *42*(1), 123–130.
- Grisouard, N., and C. Staquet (2010), Numerical simulations of the local generation of internal solitary waves in the bay of biscay, *Nonlin. Processes Geophys.*, *17*(5), 575–584.
- Grisouard, N., C. Staquet, T. Gerkema, et al. (2011), Generation of internal solitary waves in a pycnocline by an internal wave beam : a numerical study, *Journal of Fluid Mechanics*, *676*, 491.
- Halpern, D. (1971), Semidiurnal internal tides in massachusetts bay, *Journal of Geophysical Research*, *76*(27), 6573–6584.
- Helfrich, K. H., and W. K. Melville (2006), Long nonlinear internal waves, *Annual Review of Fluid Mechanics*, *38*(1), 395–425.
- Huang, R. (1998), On the balance of energy in the oceanic general circulation, *Sci. Atmos. Sin.*, *22*, 562–574.
- Hyder, P., D. R. G. Jeans, E. Cauquil, and R. Nerzic (2005), Observations and predictability of internal solitons in the northern andaman sea, *Applied Ocean Research*, *27*, 1–11.
- Ivey, G. N., and J. Imberger (1991), On the nature of turbulence in a stratified fluid. part i : The energetics of mixing, *Journal of Physical Oceanography*, *21*(5), 650–658.
- Kantha, L. S., and C. A. Clayson (1994), An improved mixed layer model for geophysical applications, *Journal of Geophysical Research*, *99*(C12), 25,235–25,266.

- Khatiwala, S. (2003), Generation of internal tides in an ocean of finite depth : analytical and numerical calculations, *Deep Sea Research Part I : Oceanographic Research Papers*, 50(1), 3–21.
- Killworth, P. (1998), Oceanography : Something stirs in the deep, *Nature*, 396(6713), 720–721.
- Klymak, J. M., J. N. Moum, J. D. Nash, E. Kunze, et al. (2006), An estimate of tidal energy lost to turbulence at the hawaiian ridge, *Journal of Physical Oceanography*, 36(6), 1148–1164.
- Knigge, C., D. Etling, A. Paci, and O. Eiff (2010), Laboratory experiments on mountain-induced rotors, *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society*.
- Lai, Z., C. Chen, R. C. Beardsley, B. Rothschild, and R. Tian (2010), Impact of high-frequency nonlinear internal waves on plankton dynamics in massachusetts bay, *Journal of Marine Research*, 68(2), 259–281.
- Ledwell, J., A. Watson, and C. Law (1993), Evidence for slow mixing across the pycnocline from an open-ocean tracer-release experiment., *Nature*, 364, 701–703.
- Lepilliez, M. (2012), Ondes de gravité internes générées sur une dorsale océanique et transferts d’énergie, Rapport de master, ENSEEIHT, Toulouse.
- Lighthill, J. (1978), *Waves in fluids*, Cambridge University Press.
- Lorenz, E. N. (1955), Available potential energy and the maintenance of the general circulation, *Tellus*, 7, 157–167.
- Maas, L. R. M. (2011), Topographies lacking tidal conversion, *Journal of Fluid Mechanics*, pp. 1–20.
- Marsaleix, P., F. Auclair, J. W. Floor, M. J. Hermann, C. Estournel, I. Pairaud, and C. Ulses (2008), Energy conservation issues in sigma-coordinate free-surface ocean models, *Ocean Modelling*, 20(1), 61–89.
- Mathur, M., and T. Peacock (2009), Internal wave beam propagation in non-uniform stratifications, *Journal of Fluid Mechanics*, 639, 133–152.
- Maugé, R., and T. Gerkema (2008), Generation of weakly nonlinear nonhydrostatic internal tides over large topography : a multi-modal approach, *Nonlinear Processes in Geophysics*, 15(2), 233–244.
- Mercier, M. J., M. Mathur, L. Gostiaux, T. Gerkema, J. M. Magalhaes, J. C. B. da Silva, and T. Dauxois (2012), Soliton generation by internal tidal beams impinging on a pycnocline : laboratory experiments, *Journal of Fluid Mechanics*, *In press*.
- Merrifield, M. A., P. E. Holloway, and T. M. Johnston (2001), The generation of internal tides at the hawaiian ridge, *Geophys. Res. Lett*, 28(4), 559–562.

## BIBLIOGRAPHIE

---

- Munk, W., and C. Wunsch (1998), Abyssal recipes II : energetics of tidal and wind mixing, *Deep Sea Research Part I : Oceanographic Research Papers*, 45(12), 1977–2010.
- Munk, W. H. (1966), Abyssal recipes, *Deep-Sea Research*, 13, 707–730.
- New, A. L., and J. C. B. Da Silva (2002), Remote-sensing evidence for the local generation of internal soliton packets in the central bay of biscay, *Deep-Sea Research*, 49, 915–934.
- New, A. L., and R. D. Pingree (1990), Large-amplitude internal soliton packets in the central bay of biscay, *Deep Sea Research Part A. Oceanographic Research Papers*, 37(3), 513–524.
- New, A. L., and R. D. Pingree (1992), Local generation of internal soliton packets in the central bay of biscay, *Deep Sea Research Part A. Oceanographic Research Papers*, 39(9), 1521–1534.
- Oort, A. H., L. A. Anderson, and J. P. Peixoto (1994), Estimates of the energy cycle of the oceans., *J. Geophys. Res.*
- Osborn, T. R., and C. S. Cox (1972), Oceanic fine structure, *Geophys. Fluid Dyn*, 3, 321–345.
- Peltier, W. R., and C. P. Caulfield (2003), Mixing efficiency in stratified shear flows, *Annu. Rev. Fluid Mech.*, 35, 135–167.
- Pingree, R. D., and G. T. Mardell (1985), Solitary internal waves in the celtic sea, *Progress In Oceanography*, 14, 431–441.
- Polzin, K. L., J. M. Toole, J. R. Ledwell, and R. W. Schmitt (1997), Spatial variability of turbulent mixing in the abyssal ocean, *Science*, 276(5309), 93–96.
- Rudnick, D. L., T. J. Boyd, R. E. Brainard, G. S. Carter, G. D. Egbert, et al. (2003), From tides to mixing along the hawaiian ridge, *Science*, 301(5631), 355–357.
- Sandstrom, J. W. (1908), Dynamische versuche mit meerwasser, *Ann. Hydrog. Mar. Meteorol.*, 36, 6–23.
- St. Laurent, L. C., J. M. Toole, and R. W. Schmitt (2001), Buoyancy forcing by turbulence above rough topography in the abyssal brazil basin, *Journal of Physical Oceanography*, 31(12), 3476–3495.
- Staquet, C., and J. Sommeria (2002), Internal gravity waves : from instabilities to turbulence., *Annual Review of Fluid Mechanics*, 34, 559–593.
- Tailleux, R. (2009), On the energetics of stratified turbulent mixing, irreversible thermodynamics, boussinesq models and the ocean heat engine controversy, *Journal of Fluid Mechanics*, 638(-1), 339–382.
- Thorpe, S. A. (2005), *The Turbulent Ocean*, Cambridge University Press.



- Toole, J. M., R. W. Schmitt, K. L. Polzin, and E. Kunze (1997), Near-boundary mixing above the flanks of a midlatitude seamount, *Journal of Geophysical Research*, *102*(C1), 947–959.
- Ulses, C., C. Estournel, P. Puig, X. Durrieu de Madron, and P. Marsaleix (2008), Dense shelf water cascading in the northwestern mediterranean during the cold winter 2005 : Quantification of the export through the gulf of lion and the catalan margin, *Geophysical Research Letters*, *35*(7).
- Winters, K. B., P. N. Lombard, J. J. Riley, and E. A. Dasaro (1995), Available potential energy and mixing in density-stratified fluids, *Journal of Fluid Mechanics*, *289*, 115–128.
- Wunsch, C. (1998), The work done by the wind on the oceanic general circulation, *Journal of Physical Oceanography*, *28*(11), 2332–2340.
- Wunsch, C., and R. Ferrari (2004), Vertical mixing, energy, and the general circulation of the oceans, *Annu. Rev. Fluid Mech.*, *36*, 281–314.

**PHD THESIS**  
**UNIVERSITY TOULOUSE III PAUL SABATIER**

*Title:* **Internal waves generated over an oceanic ridge: from the laboratory to the ocean.**

Internal tides are involved in the Meridional Overturning Circulation energy balance. The ongoing debate on the relative importance of the mechanical and thermodynamical energy sources emphasizes the need for quantitative energy transfers evaluations. A complementary approach relying on numerical and experimental tools is adopted to describe the generation of internal waves over a topography in various regimes of linearity and stratification, inspired by oceanic configurations.

First, an energy-based experimental study of linear internal waves generation by the oscillation of a Gaussian ridge in a linearly stratified fluid is performed. The mechanical energy evolution permits to highlight that near-critical bottom topographies are likelier to generate powerful internal waves.

The dynamics of topographic internal solitary waves (ISW) generated in regions of important density gradients, such as the ocean pycnocline, is then studied. These waves are responsible for important energy transfers, as they initiate turbulent mixing while they propagate in the pycnocline. Simulations using the numerical model Symphonie-NH are performed to describe two generation processes observed in the ocean. I first focus on the ISW primary generation, caused by the direct interaction between the barotropic tide with the ocean bottom topography, observed in strong pycnocline regimes in the ocean, such as in the Sulu sea. The structure of internal solitary waves is compared with simple analytical models such as the KdV scheme. By changing the ridge geometry, a strong topographic control, described by a simple nondimensional parameter, is observed in the ISW primary generation process.

Afterwards, the secondary generation of internal solitary waves, induced by the interaction between internal wave rays emitted at a topography and a pycnocline of moderate strength, like in the Bay of Biscay, is treated. Direct numerical simulations are performed to study the dynamics of these internal solitary waves, and their damping due to a downward leaking of energy. The evolution of the normal modes structure with respect to the pycnocline strength, as well as the role played by the topography shape are described in order to provide new insights regarding the secondary generation process.

Experiments are performed to study the primary and secondary generations of internal solitary waves in the large water tank of CNRM-GAME. An experimental configuration using a steep sinusoidal ridge oscillating in a two-layer fluid is used. Measurements with ultrasonic probes and optical measurements permit to observe the dynamics and the 3D structure of these waves. ISW issued from the primary generation process appear more stable than in the secondary generation process, for which substantial transverse structures are observed.

**Key-words:** internal waves, stratified fluids, solitary waves, topographic control, DNS, synthetic schlieren, PIV, ultrasonic probes, stereo-correlation.

**THÈSE DE DOCTORAT**  
**UNIVERSITÉ TOULOUSE III PAUL SABATIER**

*Titre : Ondes internes générées sur une dorsale océanique : du laboratoire à l'océan*

La marée interne contribue au maintien de la circulation méridienne de renversement. Il existe, à l'heure actuelle, une controverse sur la nature exacte des mécanismes pilotant cette circulation. Une meilleure quantification des apports énergétiques associés aux ondes internes permettrait d'apporter quelques clés de compréhension de ce mécanisme complexe.

Dans cette thèse, différents régimes d'ondes internes topographiques inspirés par des configurations océaniques sont étudiés afin d'évaluer quantitativement les transferts énergétiques associés. L'utilisation complémentaire des outils numériques et expérimentaux permet de détailler la dynamique de ces régimes de manière exhaustive.

La première partie de la thèse porte sur la génération d'ondes internes linéaires par l'oscillation d'un mont Gaussien dans un fluide linéairement stratifié. L'approche choisie s'appuie sur un jeu d'expériences de laboratoire pour lesquelles la pente relative du rayon d'onde interne par rapport à la pente maximale du mont varie. Nous montrons qu'un maximum énergétique est atteint dans le régime critique pour lequel les pentes du rayon et du mont sont similaires.

Dans la suite de la thèse, la dynamique d'ondes internes de forte amplitude se propageant dans des régions de fort gradient de densité, comme la pycnocline océanique, est étudiée. Nous utilisons dans un premier temps le modèle numérique Symphonie-NH pour décrire leur génération et leur dynamique, sur une configuration académique bidimensionnelle.

Tout d'abord, la génération primaire d'ondes internes interfaciales est étudiée. On s'intéresse en particulier à des régimes fortement non-linéaires pour lesquelles des ondes solitaires sont observées. Elle sont induites par l'interaction directe entre la marée barotrope et la topographie et est observée dans des régimes de pycnocline de forte intensité dans l'océan, comme en mer de Sulu. La structure des ondes internes solitaires est étudiée avec des modèles analytiques simples comme l'équation KdV. En modifiant la forme du mont, un contrôle topographique important de la génération primaire d'ondes internes solitaires est observé. Un paramètre adimensionné est proposé pour décrire ce contrôle.

Ensuite, la génération secondaire d'ondes internes solitaires induites par l'interaction de rayons d'ondes internes émis sur une topographie avec une pycnocline d'intensité modérée, comme dans le Golfe de Gascogne, est étudiée. Des simulations numériques directes sont effectuées pour décrire la dynamique des ondes internes solitaires, et leur atténuation par radiation d'énergie dans la couche inférieure. L'évolution de la structure des modes normaux en fonction de l'intensité de la pycnocline, et le rôle joué par la forme du mont sont détaillés.

Des expériences sont menées pour étudier la génération primaire et la génération secondaire d'ondes internes solitaires dans le grand canal du CNRM-GAME. Une configuration expérimentale utilisant un mont sinusoïdal oscillant dans la couche inférieure, stratifiée ou non, d'un fluide bi-couche est adoptée. Cette configuration, inspirée des simulations numériques précédentes, permet d'explorer une gamme plus large de régimes d'ondes interfaciales. Des mesures de déplacement interfacial avec des sondes à ultrasons d'une part, et avec des mesures optiques d'autre part, permettent de discuter la dynamique, et la structure tridimensionnelle de ces ondes. La structure des ondes internes solitaires dans le cas de la génération primaire apparaît plus stable que pour la génération secondaire. Dans ce deuxième cas, des structures transverses régulières sont mesurées.

**Mots-clés :** ondes internes, fluides stratifiés, ondes solitaires, DNS, contrôle topographique, schlieren synthétique, PIV, sondes à ultrasons, stéréo-corrélation d'images.